

Reflexões e formalizações acerca do paradoxo do exame surpresa

Samir Gorsky

Orientador: Walter Alexandre Carnielli

Group for Theoretical and Applied Logic- GTAL

Centre for Logic, Epistemology and the History of Science - CLE
and Department of Philosophy- State University of Campinas

P.O. Box 6133,

13083-970- Campinas, SP, Brazil

samirgorsky@gmail.com

10 de Junho de 2009

- 1 Introdução
- 2 Aspectos históricos e filosóficos
- 3 Paradoxos
- 4 Soluções formais e filosóficas

Resumo

Michel Scriven publicou em 1951 no periódico britânico de filosofia *Mind* um artigo em que descrevia uma determinada situação considerada paradoxal. Este paradoxo também ficou conhecido como Paradoxo do Exame Surpresa (Shaw, 1958). O artigo possui a seguinte sentença inicial: “A NEW AND POWERFUL PARADOX has Come to light”. Desde sua publicação o artigo rendeu muitas pesquisas e comentários de importantes filósofos.

Resumo

As tentativas de solucionar este enigma (puzzle) são divergentes umas das outras. Isso mostra que o problema relatado é mais complexo do que parece, portanto uma maior atenção deve ser dada a ele tal como O'Connor escreveu em seu artigo

Resumo

“It is worthwhile for philosophers to pay a little more attention to these puzzles than they have done up to now even if their scrutiny does no more than make a little clearer the ways in which ordinary language can limit and mislead us” (O’CONNOR. Pragmatic Paradoxes). O presente seminário tem como objetivo apresentar, discutir e revisar versões, comentários e análises sobre o paradoxo do enforcado ou, como é mais conhecido, o paradoxo do exame surpresa.

Denominações

- Pragmatic paradox (Alexander P., O'Connor, Cohen)
- Prediction paradox (Fitch, Gardner, Meltzer, Good, Popper, Weiss)
- The Unexpected Hanging (Gardner)
- The unexpected examination (Medlin, Nerlich, Sharpe, Shaw, Schönberg)

Denominações

- The surprise test (Cargile 1967)
- The so-called paradoxe (Quine 1953, Chapman e Butler 1965)
- Prisoner's dilemma

Primeiras referências

- (1948) O'Connor D. J. Pragmatic Paradoxes. Mind 57 pp. 358-359
- (Janeiro-1950) Cohen L. J. Mr O'Connor's "Pragmatic Paradoxes". Mind 59 pp. 85-87
- (Outubro-1950) Alexander P. Pragmatic Paradoxes. Mind 59 1950 pp. 536-638
- (1951) O'Connor DJ. Pragmatic paradoxes and fugitive propositions. Mind 60 pp. 536-538

Primeiras referências

Segundo Gardner, O'Connor foi o primeiro a discutir o paradoxo em um artigo (Gardner, 1991)

Quine afirma que o paradoxo começou a ser divulgado a partir de 1943 (Quine, 1953)

O paradoxo

Descrição

Um professor marcou um exame surpresa para a próxima semana.

- (1) O exame acontecerá entre segunda-feira e sexta-feira
- (2) Os alunos não saberão o dia em que o exame será aplicado

O paradoxo

O paradoxo é importante ou é trivial?

Para O'Connor este paradoxo é *pragmatically self-refuting* (assim como o paradoxo do mentiroso).

Por isso ele o caracterizou como *frivolous* (O'Connor, 1948).

O paradoxo

O paradoxo é importante

O exame é aplicado na quarta-feira para surpresa dos alunos.

O paradoxo

O *puzzle*

O *puzzle* consiste em encontrar a falácia na situação dada

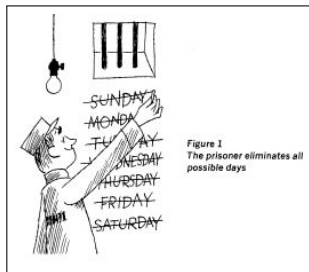
(1) “É verdade que p ou q ” não é condição suficiente para “É verdade que p ou é verdade que q ”

O paradoxo

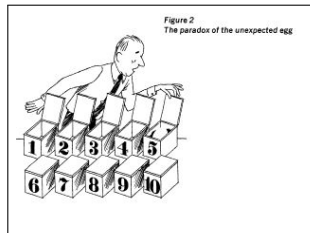
- Os primeiros autores não perceberam a resolução da situação tal como foi dada no slide anterior (Gardner,1991).
- Esta resolução apresenta uma concepção de surpresa sobre a interpretação lógica (anterior) deste mesmo conceito.
- É uma meta-surpresa, ou seja, uma surpresa sobre a surpresa.
- “I think this flavour of logic refuted by the world makes the paradox rather fascinating” escreveu Scriven.

Versões

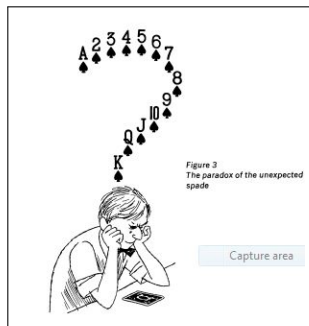
O paradoxo do homem condenado à forca



O paradoxo do ovo surpresa (Scriven)



Paradoxo da espada surpresa (com cartas)



Variações

Não há paradoxo se:

- (a) Não houver limites de dias (caixas, cartas) para a aplicação da prova
- (b) O limite não for conhecido pelo estudante (condenado, jogador, etc)
- (c) O professor falar mentiras de vez em quando

Variações

O paradoxo continua existindo se:

(a) O professor enunciar que apenas um dia da semana não terá prova surpresa (dois dias, três dias, etc.)

- A prova continua sendo surpresa se é marcada com pouco tempo de antecedência. (por exemplo: Amanhã haverá uma prova surpresa de introdução à lógica).

O conceito de surpresa

Explicação filosófica sobre o conceito de surpresa. Platão, Aristóteles (*wonder*, Taumatzein)

Platão: Íris (mensageira), filha de Taumas (Ponto e Gaia) e Electra. (Teeteto)

Aristóteles: admiração (ignorância) (Metafísica)

O conceito de surpresa

O que é a surpresa?

- Regularidade e não regularidade
- Advinhações
- Meta-regularidade

O paradoxo

Simplificação

- O paradoxo pode ser simplificado se pensarmos em termos de dois dias, duas caixas ou duas cartas.
- Neste caso o resultado parece trivial.
- Será possível dar uma prova a partir de uma *iron logic* (Gardner, 1991) de que a carta é um Ás de espadas?
- O ovo na casa dez só pode ter sido corretamente deduzido depois que se abrir tal caixa. O paradoxo aparece apenas depois que esta caixa for aberta.

Formalização

Quine, 1953

- K sabe em t (tempo) e daí em diante que está decretado a ocorrência de um evento de um determinado tipo.
- O evento só estará no conjunto de coisas conhecidas por K de $t + i$ (i inteiro e $i \leq n$) em diante.

Formalização

Quine, 1953

- Está decretado que: K não saberá o valor de i até $t + i - 1/2$
- K argumenta que: $i \leq n - 1$, pois $(i = n) \rightarrow (K \text{ sabe que } i = n \text{ após } t + n - 1 \text{ e antes de } t + i - 1/2)$

Formalização

Quine, 1953

- (*) Substituindo-se n por $n - 1$ e usando-se o mesmo argumento temos: $i = n - 2$;
- Seguindo-se o mesmo processo que (*) e substituindo $n - 1$ por $n - 2$, $n - 2$ por $n - 3$ e assim por diante teremos, por fim $i \leq 0$. Conclui-se que o evento não pode acontecer.

Formalização

Quine, 1953

- Com o argumento acima K conclui (toma conhecimento de) que o decreto não se cumprirá;
- K errou em seu argumento sobre $i \leq n - 1$

Formalização

Quine, 1953

K está considerando apenas duas possibilidades em seu argumento:

- 1. O evento ocorre naquele instante ou antes
- 2. De acordo com o decreto o evento ocorrerá no instante $t + n$ e K toma conhecimento disto logo após $t + n - 1$

Rejeita-se 2. pois contradiz o decreto. Logo, 1. é o caso.

formalização

Quine, 1953

K deveria distinguir 4 casos:

- 1. Serei enforcado amanhã e eu sei disso agora.
- 2. Não serei enforcado amanhã e eu sei disso agora.
- 3. Não serei enforcado amanhã e eu não sei disso agora.
- 4. Serei enforcado amanhã e eu não sei disso agora.

A última possibilidade satisfaz o decreto.

formalização

Quine, 1953

“Rather than charging the judge with self-contradiction, therefore, let me suspend judgment and hope for the best”

formalização

Shaw, 1958

Regra 1.

- Um exame será aplicado em um dos dias da próxima semana

Regra 2.

- O exame será surpresa (unexpected), no sentido de que o dia de sua aplicação não será conhecido na noite do dia anterior. Não será possível para os alunos deduzirem da regra 1. que o exame acontecerá no dia seguinte.

O exame não pode ser aplicado no último dia sem violar a regra 2. As regras são consistentes com a escolha de qualquer outro dia para o exame.

formalização

Shaw, 1958

Regra 3.

- O exame será aplicado em um dia tal que não possa ser conhecido na noite anterior. Não será possível para os alunos deduzir, a partir das regras 1. e 2., que o exame será aplicado no dia posterior.

formalização

Shaw, 1958

Neste caso tanto o último dia quanto o penúltimo dia devem ser descartados

Pela regra 2. descarta-se o último dia. Pela regra 1. o exame deve ser aplicado em um dos dois últimos dias. Daí, pelas regras 1. e 2. o exame não pode ser aplicado no dia $n - 2$. Esta dedução viola a regra 3.

formalização

Shaw, 1958

Generalização do caso

- n dias
- $(r + 1)$ regras (com as definições apropriadas de Regra 4., Regra 5.,..., Regra $(r + 1)$)
- Se $r < n$ os últimos r dias são descartados
- Os primeiro $n - r$ dias continuam candidatos
- Se $r = n$, então as regras se contradizem e o exame não pode ser aplicado em qualquer dia.

formalização

Shaw, 1958

O paradoxo original aparece ao se considerar (além da Regra 1.) somente a seguinte regra:

Regra 2*.

O exame será aplicado de modo que os alunos não sejam aptos a deduzir o dia de aplicação (usando as regras 1. e 2*.) no dia anterior.

A origem do paradoxo está no caráter reflexivo da Regra 2*.

formalização

Kaplan e Montague, 1960

- Shaw tentou fazer uma formalização sobre um problema genuinamente paradoxal.
- Chama-se de *Knower* o paradoxo ligado a D_5
- É necessário uma formalização adequada para a epistemologia (p. 87)

Resolução

(1) Resolução do paradoxo do enforcado (Quine, 1953):

O juiz fala a verdade.

O raciocínio do condenado é incorreto.

“A sentença não pode ser cumprida no último dia” é falso

Não há nenhuma base segura para o condenado deduzir esta proposição.

Resolução

(2) Saul Kripke (trabalho não publicado)

Lógica epistêmica

Princípio $K_i p \rightarrow K_i K_i p$

Outras

(3) Altera-se uma das premissas

O aluno não saberá o dia da prova até às 12h do dia da aplicação desta **ou** saberá com no máximo 24h de antecedência caso a prova seja aplicada no último dia.

Conclusão de C. Anthony Anderson

“Many interesting problems remain. I don’t suppose that I have proved that Knowledge has levels, or even explained exactly what this means. Much more technical and philosophical work needs to be done. But the intuitive ideas have considerable appeal as a solution to the Knower Paradox and independent motivation suggested by Gödel’s Theorems. Epistemic logic may have an interesting feature after all. Up the hierarchy!” (Anderson, 1983)

Bibliografia

- (Alexander, 1950) Alexander P. Pragmatic Paradoxes. Mind 59 1950 pp. 536-638
- (Anderson, 1983) Anderson A.C. (1983) The Paradox of the Knower (in Journal of Philosophy, vol.80, p338-355)
- (Cohen, 1950) Cohen LJ. Mr O'Connor's "Pragmatic Paradoxes". Mind 59 1950 pp. 85-87
- (Gardner, 1991) Gardner, M. The Unexpected Hanging and Other Mathematical Diversions, University Of Chicago Press; Reprint edition; 1991. ISBN 0-226-28256-2

Bibliografia

- (O'Connor, 1948) O'Connor DJ. Pragmatic Paradoxes. Mind 57 1948 pp. 358-359
- (O'Connor, 1951) O'Connor DJ. Pragmatic paradoxes and fugitive propositions. Mind 60 1951 pp. 536-538
- (Quine, 1953) Quine, W.V.O. (1953), "On a So-called Paradox," Mind, Vol.62, No. 245, pp. 65-67. Reprinted under the title "On a Supposed Antinomy" in The Ways of Paradox and other Essays, Cambridge, Harvard University Press, 1966, pp. 19-21.

Bibliografia

- (Scriven, 1951) Scriven M. Paradoxical announcements. *Mind* 60 1951 pp. 403-407
- (Shaw, 1958) Shaw R. The paradox of the unexpected examination. *Mind* 67 1958 pp. 382-384

Obrigado!

- Críticas
- Sugestões
- Observações
- Comentários
- Perguntas