UNICAMP

Samir Bezerra Gorsky

A LÓGICA E A METAFÍSICA DOS ENIGMAS: SURPRESA, ESPANTO E INFORMAÇÃO

CAMPINAS
2013

UNICAMP

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Filosofia e Ciências Humanas

Samir Bezerra Gorsky

A LÓGICA E A METAFÍSICA DOS ENIGMAS: SURPRESA, ESPANTO E INFORMAÇÃO

Orientador: Walter Carnielli

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, para obtenção do Título de Doutor em Filosofia

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE
DEFENDIDA PELO ALUNO SAMIR BEZERRA GORSKY,
E ORIENTADA PELO PROF.DR. WALTER CARNIELLI
CPG, 22/03/2013

CAMPINAS
2013

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR
CECÍLIA MARIA JORGE NICOLAU – CRB8/3387 – BIBLIOTECA DO IFCH
UNICAMP

Gorsky, Samir, 1981-
G687L A lógica e a metafísica dos enigmas: surpresa, espanto e informação / Samir Bezerra Gorsky. - - Campinas, SP : [s. n.], 2013.

Orientador: Walter Alexandre Carnielli.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas.

1. Filosofia. 2. Lógica. 3. Teoria da informação. 4. Epistemologia. 5. Surpresa. I. Carnielli, Walter Alexandre, 1952- II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Filosofia e Ciências Humanas. III.Título.

Informação para Biblioteca Digital

Título em Inglês: The logic and the metaphysic of puzzles: surprise, wonder and information
Palavras-chave em inglês:
Philosophy
Logic
Information theory
Epistemology
Surprise
Área de concentração: Filosofia
Titulação: Doutor em Filosofia
Banca examinadora:
Walter Alexandre Carnielli [Orientador]
Alexandre Costa-Leite
Maria Eunice Quilici Gonzalez
Nelson Gonçalves Gomes
Sílvio Seno Chibeni
Data da defesa: 22-03-2013
Programa de Pós-Graduação: Filosofia

UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS

A Comissão Julgadora dos trabalhos de Defesa de Tese de Doutorado, em sessão pública realizada em 22 de março de 2013, considerou o candidato SAMIR BEZERRA GORSKY aprovado.

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida e aprovada pela Comissão Julgadora.

Prof. Dr. Walter Alexandre Carnielle ______________________

Prof. Dr. Alexandre F B Costa Leite ______________________

Profa. Dra. Maria Eunice Quilici Gonzalez ______________________

Prof. Dr. Mamede Lima-Marques ______________________

Prof. Dr. Silvio Seno Chibeni ______________________

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os que me apoiaram em meus estudos e pesquisas: Ana Claudia Golzio, Ana Flávia Cholodovskis, Anderson de Araujo, Angela Rodrigues, Carla Salgado, Cristina Ferreira Pessôa, Dante Cardoso de Almeida, Edgar Almeida, Henrique Antunes Almeida, Juan Carlos Agudelo, Juliana Bueno-Soler, Laura Mendes, Leticia Gyllenhaal, María Inés Corbalán, Mariana Matulovic, Matheus Youssef Chabchoul, Leandro Suguitani, Sebastião Rodrigues Maia, Newton Peron, Rafael Testa, Ramon Souza Capelle de Andrade, Rodrigo de Alvarenga Freire, Teófilo Reis, Thiago Carreira, e a todos os demais amigos, amigas e colegas do Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência (CLE), da Moradia Estudantil da Unicamp e de outros setores dessa universidade pelo apoio mútuo e pelo compromisso com o conhecimento.

Aos professores Nelson Gonçalves Gomes (UNB-Brasília) por ter me incentivado a estudar Lógica, Itala Maria Loffredo D'Ottaviano (CLE-UNICAMP), Claudio Pizzi (Dipartimento di Filosofia e Scienze Sociali Università di Siena), João Marcos (DIMAp-CCET-UFRN), Daniele Mundici ("Ulisse Dini"- Università degli Studi di Firenze), Franco Montagna ("Roberto Magari" - Università degli Studi di Firenze) Marcelo Esteban Coniglio (CLE-UNICAMP) e Marcelo Finger (IME-USP).

Agradeço também à Ana Lúcia Bezerra Pedroza, ao Eronides Gomes Pedroza, ao Ruy Gorsky Sobrinho e à todos meus familiares.

Ao Augusto Torres, e aos demais funcionários e do Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência (CLE-UNICAMP) e do Instituto de Filosofia e Ciências Humanas (IFCH-UNICAMP).

Aos funcionários, professores e estudantes Centro de Pesquisa em Arquitetura da Informação (CPAI-UnB).

Quero também agradecer ao editor de desafios e enigmas do New York Times Sr. Will Shortz, única pessoa do mundo graduada em enigmatologia, pela excelente indicação de referências acerca do tema.

Ao professor Jaakko Hintikka, pelas valiosas sugestões que motivaram a presente pesquisa; ao professor Raymond Smullyan, por ter me respondido “do it” ao ser perguntado sobre a possibilidade do estudo aqui presente.

Aos professores membros da banca Prof. Abílio Rodrigues Filho (UFMG), Alexandre Costa-Leite (UnB), Mamede Lima-Marques (UnB), Maria Eunice Quillici Gonzalez (Unesp) e Sílvio Chibeni (Unicamp).

Em especial agradeço ao meu orientador Professor Walter Carnielli pela dedicação, pela paciência, pela disposição e pelo incentivo nesses anos de desenvolvimento das idéias presentes nesta tese.

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo avaliar o papel do estudo sistemático da surpresa, do espanto, da admiração e dos enigmas para a teoria do conhecimento e, em termos mais gerais, para a filosofia. Tal estudo envolve ainda conceitos filosóficos importantes tais como os de informação, jogo, problema, raciocínio, conhecimento e ignorância. A análise lógica-filosófica que enfocam a teoria da informação serão baseadas, em princípio, nos trabalhos de Yehoshua Bar-Hillel, Rudolf Carnap e Jaakko Hintika (CARNAP; BAR-HILLEL, 1952), (CARNAP; BAR-HILLEL, 1953) e (HINTIKKA, 1970) sobre a semântica da informação e no texto de Walter A. Carnielli, Marcelo E. Coniglio e João Marcos (CARNIELLI et al., 2007) sobre lógicas da inconsistência formal. Neste âmbito, tem-se como meta identificar o espectro lógico subjacente a um cenário informativo arbitrário. A partir disso, propomos uma teoria semântica da informação tendo em conta constituintes não-clássicos. Investigamos a ideia de que algumas partes da teoria dos enigmas e da noção formal de surpresa são instâncias da teoria dos jogos sobre cenários não-clássicos, a relevância de tal estudo para a filosofia e, em particular, para a teoria do conhecimento.

THE LOGIC AND THE METAPHYSIC OF PUZZLES: SURPRISE, WONDER, AND INFORMATION

ABSTRACT

This work is directed towards a systematic study of surprise, wonder, admiration and puzzles within the context of epistemology and philosophy. This study also involves important philosophical concepts such as information, game, problem, reasoning, knowledge and ignorance. The logical and philosophical analysis about information theory will be firstly based on the work of Jaakko Hintika, Yehoshua Bar-Hillel and Rudolf Carnap (CARNAP; BAR-HILLEL, 1952), (CARNAP; BAR-HILLEL, 1953) and (HINTIKKA, 1970) on the semantics of information, and on the text of Walter A. Carnielli, Marcelo E. Coniglio and João Marcos (CARNIELLI et al., 2007) on the logics of formal inconsistency. In this context, the goal is to identify the logical spectrum underlying a informative scenario. After this step, we propose a semantic information theory with non-classical constituents. We will investigate the idea that parts of the puzzle theory and the formal concept of surprise are instances of the game theory on non-classical scenarios and the relevance of such study for philosophy, in particular to epistemology.

SUMÁRIO

Pág.

INTRODUÇÃO

No início do doutorado o professor Walter Carnielli propôs como tema de pesquisa um estudo acerca dos conceitos de enigma e surpresa. Eu aceitei a proposta imediatamente. Achei que seria uma pesquisa desafiadora. O objetivo original era o de compreender o papel epistemológico da surpresa e dos enigmas em termos de sistemas formais. Inicialmente, o grande desafio foi encontrar referências que fornecessem um arcabouço teórico para se iniciar uma pesquisa nessa área. A pesquisa bibliográfica primária teve como resultado a constatação da ausência de trabalhos filosóficos aprofundados acerca desses conceitos.

Diante disso, uma primeira ideia foi a de se tratar o assunto pelo paradigma computacional, usando teoria dos jogos, complexidade de algoritmos, redes neurais, teorias da aprendizagem ou algo semelhante. Todavia, essa primeira proposta não foi desenvolvida.

Em 2008 o professor Jaakko Hintikka veio para o Brasil para participar do Encontro Brasileiro de Lógica (EBL-CLE 30 anos) em Paraty. Nessa ocasião, os estudantes da área de lógica da Unicamp organizaram uma entrevista com o visitante. Eu perguntei a ele o que o fez se interessar por filosofia e ele respondeu que foram os enigmas dos mais variados tipos (puzzles). Ele disse também que o estudo da filosofia deve começar pela proposta de enigmas aos estudantes. Eu sabia que uma parte da ideia de se trabalhar enigmas e surpresa no âmbito da filosofia poderia ser apoiada nos trabalhos do professor Jaakko Hintikka (por conta da resposta que ele havia dado nessa entrevista). Ele tinha falado que a compreensão dos enigmas é muito importante para a compreensão da filosofia. Principalmente os enigmas lógicos, ou seja, os enigmas que nos fazem refletir sobre os nossos paradigmas de racionalidade.

Em 2009 (por conta do evento Model-Based Reasoning) Hintikka retornou ao Brasil. Nessa segunda visita, Jaakko Hintikka conversou com o professor Walter Carnielli e indicou o livro (HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology* como uma referência inicial para o estudo dos problemas e enigmas lógicos de um ponto de vista teórico filosófico. O capítulo 1 desse livro tem como título ”Epistemology without Knowledge and without Belief”e indica uma nova abordagem acerca do conhecimento onde o conceito central passa a ser o de informação. Em outras palavras, segundo ele, a epistemologia deve ser tratada a partir do ponto de vista da teoria da informação. A abordagem tradicional da epistemologia deve ser contestada principalmente por apresentar certos tipos de problemas que não são desejados. Temos por exemplo resultados como o de Gettier[1] que contestam a validade da definição tradicional de conhecimento a partir das noções de crença, verdade e justificação.

Assim, passamos a defender que a abordagem dos enigmas na tese deveria levar em conta a teoria da informação para que assim pudéssemos tratar dos aspectos lógicos e epistemológicos dos enigmas e da surpresa sem esbarramos em certas discussões tradicionalmente insuperáveis da teoria do conhecimento. Em conversas com o professor Walter Carnielli, construímos a ideia de se aproximar a teoria da informação do conteúdo da tese e ele me incentivou a trabalhar sob este ponto vista.

A partir daí, comecei a estudar e tentar entender o que a teoria da informação tinha a oferecer para uma abordagem lógica e epistemológica da teoria dos enigmas e da surpresa. Estudei inicialmente o livro ”Introdução à teoria da informação”de Elwyn Edwards (1971) e depois pesquisei os trabalhos de Luciano Floridi, Claude Shannon, Weaver e do próprio Jaakko Hintikka. O estudo destes textos validaram a ideia de que uma abordagem formal dos enigmas e da surpresa poderia ser feita usando as ferramentas fornecidas pela lógica e pela teoria da informação. Isso porque é possível olhar para os enigmas como sendo maneiras de se esconder e de se encontrar certos tipos de informação em certos tipos de contextos. O enigma pode também ser visto como uma espécie de processo que “distorce” um conjunto de informações e sua solução como sendo a correção desta “distorção”.

Desse modo, podemos ver a questão acerca da compreensão formal da surpresa e do enigma como sendo uma questão acerca da estrutura informacional sobre contextos enigmáticos e surpreendentes a que um determinado agente tem acesso. Portanto, a partir desse ponto é possível descrever ou configurar um pouco melhor (de uma forma mais completa) uma das propostas principais desta tese, a saber: analisar e averiguar a importância do estudo dos enigmas e da surpresa, a partir do paradigma da lógica e da teoria da informação no âmbito da epistemologia (e iniciar o debate acerca da importância da presente pesquisa para a compreensão da filosofia ou da reflexão filosófica).

[1](GETTIER, 1963) *Is justified true belief knowledge?*.

Um outro ponto importante desse trabalho é que a pesquisa histórica que foi feita dos estudos sobre os conceitos de enigma e surpresa indicou uma ausência estudos detalhados e/ou aprofundados sobre o assunto.

Na literatura filosófica tradicional são encontrados apenas alguns poucos trechos que tratam dos conceitos de surpresa e de enigma ou da relação destes com a filosofia. Todavia, logo de início, nos textos de Platão e Aristóteles existe uma indicação da importância do conceito de surpresa (no sentido de admiração ou espanto) para a filosofia[2].

Diante das citações desses dois grandes pilares nomes da filosofia ocidental, concluímos que é uma incoerência não haver estudos mais aprofundados acerca do conceito de admiração (ou surpresa) no âmbito filosófico. Segundo esses trechos podemos dizer que as condições de existência da filosofia são dadas pelas condições de existência do sentimento de admiração.

Tanto Sócrates, quanto Platão e Aristóteles raciocinam na seguinte linha: a admiração é tomada de consciência de que algo é ignorado. Aquele que se surpreende, sabe que ignora algo sobre um fato. A vontade de se sanar essa falta de saber sobre o fenômeno leva o ser humano a filosofar.

Com isso, temos uma estrutura argumentativa que mostra a importância da compreensão dos conceitos de admiração, espanto ou surpresa para a compreensão (pelo viés epistemológico) do que seja a filosofia. Existe também, na formulação desse argumento, uma noção implícita de enigma, pois a natureza passa a ser enigmatizada a partir desse sentimento de admiração ou espanto.

Portanto, em uma primeira instância ou em uma primeira análise, temos uma interconexão entre os conceitos de surpresa, o conceito de enigma e o conceito de filosofia. Não se trata de uma relação estrutural qualquer. Ela é basicamente conceitual. Trata-se da compreensão conceitual acerca da filosofia. E de acordo com o argumento aqui mostrado, essa compreensão tem como base o conceito de admiração (espanto ou surpresa) e o conceito de enigma.

A atividade filosófica é definida como sendo uma das consequências da constatação

[2] ver capítulo 1

do sentimento de admiração ou surpresa acerca dos fenômenos na ou da natureza. A surpresa, em princípio é um tipo de estado que indica que algo é ignorado. Essa consciência de ignorância sobre algo enigmatiza a natureza. Podemos dizer então que há uma espécie de relação triangular entre as dinâmicas da atividade filosófica, e as dinâmicas da surpresa e do enigma.

Podemos concluir que os conceitos de surpresa e de enigmas são fundamentais para a tarefa de se tentar compreender o que é a filosofia. Portanto, temos um argumento muito forte para se defender o estudo sistemático da surpresa e dos enigmas no âmbito filosófico (ou metafilosófico).

Por outro lado, analisando-se a literatura filosófica da tradição ocidental, é possível constatar que tal estudo ainda não foi levado a sério. Não temos, por exemplo, obras ou trabalhos que tratam detalhada e sistematicamente esses conceitos. Não temos qualquer tratado acerca da estrutura epistêmica ou lógica dos conceitos de surpresa e de enigma.

Em relação à estrutura conceitual dos enigmas ou problemas o que podemos encontrar são o tratamento de certos problemas particulares ou coletâneas de enigmas e problemas lógicos ou filosóficos[3]. Já sobre a surpresa, são encontrados alguns poucos parágrafos que ocasionalmente tratam superficialmente de sua definição.

Concluímos também, desse modo, que a negligência (constatada nas obras tradicionais da filosofia) do estudo aprofundado sobre os conceitos de surpresa e enigma é um erro. É justamente por isso que propomos o presente trabalho. Não pretendemos fazer aqui um estudo definitivo sobre o assunto. A tese tem como um de seus propósitos denunciar tal negligência e por outro lado indicar um possível tratamento formal desse assunto.

O principal problema a ser tratado neste projeto pode ser apresentado da seguinte maneira: é possível desenvolver um estudo formal e sistemático dos conceitos de surpresa e de enigma que seja relevante para o estudo, desenvolvimento e compreensão da filosofia?

A metodologia para o desenvolvimento do presente trabalho consistiu de uma pesquisa bibliográfica e de um estudo sistemático da estrutura dos conceitos de enigma e surpresa tendo por base a seguinte argumentação: para o desenvolvimento da presente proposta,

[3]Cf. Capítulos 1 e 2

deve-se primeiramente verificar a relação entre a filosofia e a estrutura informacional que permite o surgimento da surpresa e dos enigmas em contextos definidos.[4] Uma das principais consequências (a longo prazo) da presente pesquisa (que não é tratada neste trabalho) é o desenvolvimento do discurso acerca da reflexão sobre o ensino ou estudo da filosofia tendo em conta o uso de certos enigmas e de contextos surpreendentes. Portanto, defende-se aqui que a estrutura formalizada e generalizada da surpresa e dos enigmas desempenha um papel epistemológico central. Sendo assim, os enigmas, do ponto de vista lógico e da teoria da informação, devem ser considerados facilitadores e motivadores para o estudo e a compreensão da filosofia ou da atividade filosófica.

O trabalho está dividido em três partes constituídas em uma introdução, quatro capítulos e uma conclusão tal como descrevemos abaixo.

A primeira parte contém uma introdução, um breve histórico dos principais conceitos estudados e também uma rápida apresentação do projeto de Jaakko Hintikka acerca da lógica da descoberta científica.

Finalizando a primeira parte, tratamos da análise de alguns enigmas tais como o paradoxo do exame surpresa, o enigma lógico mais difícil do mundo e os jogos de Ulam. Esses enigmas foram escolhidos principalmente por causa de suas características formais envolvendo lógica e informação.

A segunda parte corresponde ao capítulo 3 do texto da tese. Começaremos pelas noções de ordem e desordem e de como podemos traçar ou conceber o conceito de surpresa com base em certas noções epistêmicas (tais como ignorância e inesperado). Depois, apresentamos a teoria da informação e formalizamos a noção de espectro lógico. O objetivo principal desta parte do trabalho é mostrar que o conceito de enigma e de surpresa podem ser tratados formalmente a partir dos contextos descritos pelos espectros lógicos.

Na terceira parte discutimos alguns tópicos filosóficos relacionados ao tema proposto na tese e por fim a conclusão contendo a análise dos resultados obtidos e projeções para alguns trabalhos futuros motivados pela presente tese.

[4] cf. Capítulo 3.

Segue abaixo uma pequena descrição da Introdução, dos capítulos e das Considerações Finais da presente tese.

Introdução: é o presente capítulo e contém uma introdução geral sobre o trabalho.

Capítulo 1: o capítulo contém inicialmente algumas questões, reflexões e ideias que motivam o presente trabalho, incluindo a proposta de localizar o referido assunto nos campos de pesquisa da filosofia e da teoria da informação. Em seguida, apresentamos as principais premissas ou suposições que serão base do discurso a ser desenvolvido. Considera-se nessa parte do trabalho, que *identificar e evidenciar algumas características estruturais e teóricas dos conceitos de enigma e de surpresa a partir de uma teoria da informação* seja um dos objetivos da presente tese.

As seções 1.1 e 1.3 introduzem o debate sobre a relação entre estudos teóricos do conceito de enigma e a *lógica da descoberta científica* tal como definida nos trabalhos de Jaakko Hintikka (principalmente no artigo (HINTIKKA, 1985), *True and false logic of scientific discovery* e no livro (HINTIKKA, 1999), *Inquiry as Inquiry: A Logic of Scientific Discovery*). Nessa seção há uma primeira tentativa de se responder à questão "o que é enigma?". Essa tentativa de resposta indica o papel desempenhado pelos enigmas dentro das teorias. Há também, nessas seções, uma proposta de definição para o estudo do conceito de enigma como sendo uma parte do estudo da teoria das possíveis metalinguagens sobre teorias e uma primeira descrição da relação entre surpresa e enigma. Além disso, apresentamos uma espécie de *survey* sobre os conceitos indicados referenciando os principais textos e obras encontrados na literatura especializada sobre o assunto.

Capítulo 2: este capítulo traz uma breve introdução que trata de alguns aspectos da noção de heurística. O principal objetivo dessa parte do trabalho é explicitar a relação entre as informações que definem o contexto enigmático e o processo de inferência lógica que é desenvolvido com o objetivo de se resolver um enigma. O capítulo contém ainda a análise formal de alguns contextos enigmáticos a saber: aqueles que expressam o Paradoxo do Exame Surpresa, o Enigma mais Difícil do Mundo e Os Jogos de Ulam. Para este último, apresentamos uma solução original (que difere das outras abordagens da literatura tais como encontradas nos seguintes artigos: (PELC, 1987), *Solution of*

Ulam's problem on searching with a lie; (CZYZOWICZ et al., 1988), *Solution of Ulam's problem on binary search with two lies* e (MUNDICI, 1990), *Two Papers on Ulam's Logic with Lies* entre outros) bem como uma proposta de categorização das várias formas de se compreender tal enigma.

Capítulo 3: esta parte da tese deve ser considerada o núcleo do trabalho. O Capítulo 3 começa com um breve comentário sobre a noção de *logos*. A importância de tal conceito para o assunto tratado está na correspondência que é possível conceber entre ele e a noção de *ordem*. Em seguida, introduzimos a noção de surpresa a partir das contraposições entre ordem e desordem, normal e anormal, ordinário e extraordinário, conhecido e ignorado. Considera-se aqui que essa primeira abordagem deve ser considerada como a abordagem tradicional enquanto, mais adiante, será apresentada uma abordagem original que fará uso de diversas noções de teoria dos jogos e da teoria da informação. Essa nova abordagem se contrapõe à tradicional em vários aspectos, como por exemplo, a relevância do papel do agente e de sua avaliação da importância dos eventos como elementos que constituem a base de um contexto informacional surpreendente. Um dos objetivos do capítulo é mostrar que, pelo fato de as teorias e noções subjacentes à essa nova abordagem acerca do estrutura do conceito de surpresa fazer uso de ideias contemporâneas, seu estudo sistemático não poderia ter sido empreendido anteriormente. Em seguida introduzimos um discurso sobre o conceito de informação contendo a etimologia do termo além de comentários filosóficos e uma apresentação técnica da teoria da informação baseada na teoria originalmente concebida por Claude Shannon em (SHANNON, 1948), *Mathematical Theory of Communication* e (SHANNON; WEAVER, 1949), *The Mathematical Theory of Communication*. Esse discurso será usado na definição do contexto informacional enigmático.

Capítulo 4: essa parte do trabalho propõe uma síntese conceitual dos capítulos anteriores incluindo uma reflexão filosófica sobre os conceitos estudados, além de uma análise da relação entre surpresa, enigma e teoria.

4.2: traz as considerações finais e contém uma breve descrição do que foi feito, dos principais resultados obtidos e de algumas propostas de trabalhos futuros a serem desenvolvidos a partir da presente tese.

1 A TEORIA DOS ENIGMAS E DA SURPRESA ENQUANTO PROJETO FILOSÓFICO

"Guildestern: sonhos que são, de fato, a ambição. A substância do ambicioso é a sombra de um sonho."

(Willian Shakespeare. Hamlet, entre 1599 e 1601)

O ponto de partida da presente tese são as seguintes questões: o que é *surpresa*? O que é *enigma*? Apesar de serem o ponto de partida, essas questões não definem o objetivo principal do trabalho. As questões iniciais possuem uma estrutura parecida com a das questões socráticas, a saber: o que é conhecimento? O que é justiça? etc. Além da influência dessas questões relativas à definição dos conceitos de surpresa e enigma, o presente trabalho se insere em uma agenda de pesquisa que trata das questões subjacentes às definições anteriores tais como: existe um conceito geral de surpresa ou enigma? Existem vários conceitos diferentes de surpresa e de enigmas? Qual o papel desempenhado pela surpresa e pelos enigmas nos campos de atuação do pensamento? Qual é a estrutura epistemológica da surpresa e do enigma? É possível conceber uma teoria unificada dos enigmas e da surpresa? O que é necessário para que haja uma sistematização significativa de uma teoria da surpresa e de uma teoria dos enigmas? Quais elementos formarão tais teorias? Qual papel tais teorias desempenhariam? Quais seriam os campos de atuação dessas teorias?

A partir de tais indagações, a presente tese apresenta uma determinada análise acerca dos conceitos de surpresa e enigma. A análise de conceitos se dá em um contexto discursivo. O contexto do discurso é um contexto informativo. A filosofia também se dá dentro de um universo discursivo e, portanto, dentro de um universo informativo. É nesse contexto filosófico-informativo que se insere a teoria generalizada dos enigmas e da surpresa. Desse modo, supõe-se aqui que a filosofia em geral tem como uma de suas prerrogativas compreender os diversos papeis desempenhados pelos enigmas e pela surpresa em seus discursos. Assim, a presente pesquisa sobre os conceitos citados (bem como seus conceitos correlatos: questão, pergunta, admiração, espanto, etc.) deve estar fundada, principalmente, sobre a noção de informação. Da mesma forma, a compreensão dos diversos papeis desempenhados pelos enigmas e pela surpresa no processo de construção do entendimento e do conhecimento também devem se fundar sobre a noção de informação. Frisa-se aqui que o presente texto se insere em um projeto maior de pesquisa filosófica pensada a partir de uma filosofia da ciência, de uma epistemologia e de uma metafísica. Com esse objetivo, essas três disciplinas filosóficas poderiam ser, daqui por diante, repensadas e rediscutidas sob o viés de uma teoria da informação. Portanto, para que de fato se tenha o suporte necessário para se constituir um tal discurso filosófico (acerca dos papeis dos enigmas e da surpresa na filosofia) é relevante sistematizar as condições ou possibilidades de um discurso metafísico em uma filosofia da informação. A partir de tal debate é que se têm as condições de uma reflexão acerca de epistemologia fundada sobre o conceito de informação (e não mais sobre conceitos como crença, verdade e justificação entre outros). A partir desses dois estágios, sustenta-se aqui uma pesquisa com ênfase nos papeis desempenhados pelos enigmas e pela surpresa no processo da descoberta e do desenvolvimento científico. Todavia, tal desenvolvimento filosófico não é o caso. No presente texto não serão apresentadas ou desenvolvidas uma metafísica da informação, uma epistemologia da informação ou uma filosofia da ciência com base no conceito de informação. Nesse sentido, o presente projeto filosófico está sendo tratado de maneira invertida (em relação a uma proposta de se iniciar pelo discurso mais geral e passar para os discursos mais específicos). Espera-se assim, que um desenvolvimento mais especifico indique as demandas teóricas para o desenvolvimento das disciplinas filosóficas acima citadas com base no conceito de informação. Dessa forma, o presente trabalho tem como um de seus principais objetivos identificar e evidenciar algumas características estruturais e teóricas dos conceitos de enigma e de surpresa a partir de uma teoria da informação.

A presente pesquisa promove alguns aspectos das condições iniciais para a estruturação de uma teoria formalizada dos conceitos de enigma e surpresa. Indicaremos neste trabalho a relevância do estudo sistemático da estrutura lógica dos enigmas para a ciência, para a epistemologia e em sentido mais geral para a filosofia. Buscaremos identificar os elementos básicos desta estrutura tais como os dados informacionais, as descrições e as interpretações, o conhecido e o ignorado. O objetivo inicial é identificar a relação entre a surpresa (considerada a geradora da filosofia por importantes filósofos da tradição tais como Platão e Aristóteles (cf. seção 1.1 do presente capítulo, (PLATO, 1973), *Teeteto*, 11, 155 d e (ARISTOTLE, 1993), *Metafísica*, I, 2, 982 b 12 ss)), enigmas e informação.

1.1 O estudo teórico-sistemático dos enigmas e da surpresa

Segundo Thomas Nickles em (CRAIG, 2007), *Die Kleine Routledge Enzyklopädie der Philosophie* pg 339, Bacon, Descartes, Newton, e outras figuras de proa das chamadas revoluções científicas alegaram ter encontrado poderosas ferramentas lógicas ou métodos de descoberta para a ciência. Em certas ocasiões, observa-se a indicação até mesmo do uso de tais métodos. Eles consistem, teoricamente, de progressivas instruções comportamentais ou de procedimentos para a produção sistemática de novas verdades em matemática ou nas ciências naturais[1].

Jaakko Hintikka também concorda que exista uma lógica da descoberta científica e que esta seja acessível e passível de descrição e estruturação em termos lógicos-formais (ver artigo (HINTIKKA, 1985), *True and false logic of scientific discovery*, pp 3 e 4). A descoberta científica, assim pensa Hintikka, é pautada pelo uso de perguntas corretas em certos contextos pre-definidos. O surgimento e a resolução dos enigmas, em geral, são condizentes com esta proposta. Assim, diante da dificuldade que de fato existe em sistematizar a descoberta científica como um todo, defenderemos que a compreensão sistemática dos enigmas seja um importante passo para se prosseguir no projeto de Hintikka. Desde modo, uma das hipóteses do presente trabalho é que não é possível compreender a lógica da descoberta científica sem antes compreender a lógica dos enigmas e da surpresa. Esta lógica não fornece os algoritmos mecânicos para a resolução dos enigmas, mas tão somente determina quais são os elementos relevantes para o surgimento e a resolução destes. Portanto, antes de qualquer tentativa de compreensão sobre a descoberta científica como um todo, é preciso concentrar esforços sobre o entendimento formal e sistematizado das condições de existência das descobertas científicas e antes de se construir uma lógica da descoberta científica, devemos buscar as componentes lógicas das partes teórico-estruturais da descoberta científica. Como dito anteriormente que descobertas científicas, quando construídas de modo não totalmente aleatório (em outras palavras, enquanto resultado de alguma busca pré-determinada) são resultados de respostas corretas a perguntas adequadas em contextos definidos. Desse modo, a criação e a resolução de enigmas parece partilhar de tal característica e, portanto, se

[1](CRAIG, 2007), *Die Kleine Routledge Enzyklopädie der Philosophie* p 339

apresenta como parte do processo de descoberta científica. Logo, é estrategicamente interessante e muito mais simples, antes de se compreender a estrutura lógica da descoberta científica como um todo, compreendermos, se possível, os elementos (aspectos lógicos) que constituem os seus enigmas.

O que é um enigma?

O enigma é um conceito positivo. Ele se põe e por isso existe uma *poiésis* que o determina. O seu *locus* é a mente, o pensamento e o discurso. O enigma funciona como uma etiqueta que indica algo a ser pensado, estudado, analisado e considerado. Ele não existe independentemente de teorias: seu surgimento se dá dentro das teorias. Um enigma demonstra como uma teoria enxerga a si mesma em um determinado ponto. Este ponto é o lugar onde o enigma se coloca como etiqueta ou placa sinalizadora indicando um "aqui". Toda teoria geradora de enigmas deve possuir um acesso ao nível metalinguístico em sua estrutura de tal forma que esta teoria possa falar sobre si mesma. Não é necessário que a teoria tenha o poder de falar de si como um todo e talvez essa característica não seja necessariamente coerente com a ideia de consistência clássica, ou seja, esse aspecto pode não ser semanticamente tratável em termos da semântica da lógica clássica. O estudo do conceito de enigma pode ser visto como uma parte do estudo da teoria das possíveis metalinguagens sobre teorias. A existência de enigmas indica existência de possibilidades de desenvolvimento teórico. Uma teoria se desenvolve se existem enigmas a serem tratados em seu interior como defendia Thomas Kuhn[2] e Bertrand Russell[3] (embora com sentidos diferentes para a noção de teoria, pois estão se referindo a diferentes contextos. Esses dois autores concebem uma estrutura semelhante para suas concepções de teoria e da relação desta com a noção de enigma). O pensamento toma consciência da existência de um enigma através do estado de surpresa, de admiração e de espanto que o enigma é capaz de produzir. Por outro lado a surpresa também pode ser vista como o elemento que faz surgir um enigma. Normalmente, quanto maior a surpresa e/ou a admiração geradas por um evento, maior será a necessidade que o pensamento imputará sobre a resolução do enigma que descreve a demanda pela explicação teórica de tal evento ou pelo menos sobre alguma indicação de resposta. Dessa forma, temos a possibilidade de uma teoria axiológica sobre os enigmas no seguinte sentido: os enig-

[2]cf. (KUHN, 1970), *The Structure of Scientific Revolutions*, IV
[3](RUSSELL, 1905), *On Denoting*.

mas mais interessantes são aqueles que produzem mais surpresa, admiração e espanto. O pensamento tende a escolher estes enigma e priorizá-los. Com relação à resolução de enigmas, é importante frisar que as mesmas características que conduzem ao seu surgimento aparecem também na sua resolução. Como exemplo destas características podemos citar: imaginação, criatividade, conhecimento sobre uma determinada teoria (filosófica, científica, artística, religiosa, etc.), intuição, perspicácia, etc. Fazer surgir um enigma e resolvê-lo são, em princípio, duas direções de um mesmo caminho. Todavia, não estamos interessados nos aspectos psicológicos relacionados, mas sim nos aspectos formais que sejam passíveis de serem estudados objetivamente.

Uma teoria geral dos enigmas é uma parte importante e ainda inexistente da teoria da informação. O presente projeto pretende servir de auxílio para futuras pretensões acerca da construção de uma teoria geral dos problemas, enigmas e desafios lógicos e filosóficos. Defende-se aqui que a filosofia pode ser melhor compreendida a partir dos seus problemas-quebra-cabeça (tais como os chamados quebra-cabeças e enigmas lógicos). Neste ponto há uma importante semelhança entre a pesquisa filosófica e a científica, que também se caracteriza a partir de um conjunto de problemas e enigmas definidos pelas condições a priori definidas pelas teorias. Os termos"problemas lógicos" ou "problemas-quebra-cabeça", "enigmas" ou "enigmas lógicos" são tentativas de tradução para o que há de equivalente entre os termos *puzzle* e *riddle*, enquanto que 'desafio' é a tradução para *challenge*. Para que os objetivos presentes nesse texto sejam atingidos, deve-se ensaiar uma análise dos conceitos que constituem os problemas, enigmas e desafios. Espera-se que, a partir do estudo aqui presente, seja possível um melhor entendimento acerca da definição e caracterização do que tomamos por problema filosófico. Portanto há uma perspectiva metafilosófica a partir da qual o projeto será desenvolvido, pois uma melhor compreensão acerca da estrutura formal dos problemas filosóficos implica uma melhor compreensão acerca da filosofia.

Outro ponto crucial para o desenvolvimento do presente projeto será o estudo sobre o surgimento e a resolução dos problemas e enigmas lógicos e epistêmicos. O termo grego *poiésis* é visto aqui como conceito relativo a produção. A compreensão da *poiésis* dos problemas e enigmas, ou seja, a compreensão da produção ou do surgimento destes deve, portanto, estar contemplado pelo objetivo da tese. Criar problemas e enigmas ou percebê-los é uma das principais atividades filosóficas. É tão (ou mais) importante quanto (do que) encontrar as suas soluções. Como indicado anteriormente, é importante avaliar a veracidade desta afirmação: *os processos envolvidos na* poiésis *e na resolução dos problemas e enigmas lógicos são os mesmos, assim como são os mesmos, os processos envolvidos na* poiésis *e na resolução dos problemas e enigmas epistemológicos.* Por fim, tem-se a seguinte questão: *os problemas e enigmas lógicos podem ser aproximados conceitualmente e estruturalmente dos problemas e enigmas epistemológicos?* Quanto mais as estruturas e conceitos dos problemas e enigmas lógicos se aproximarem das estruturas e conceitos dos problemas e enigmas epistemológicos, mais forte será o argumento de que o fundamento formal dos problemas epistemológicos são os mesmos dos problemas lógicos.

É fácil constatar que existe uma conexão entre grandes e complexas teorias filosóficas e enigmas estruturalmente simples (porém, às vezes, com soluções bastante complexas). Acerca da importância do tratamento teórico da estrutura formal dos enigmas e sua relação com a reflexão filosófica encontramos a seguinte passagem de Edward Graig:

> "A famosa teoria política de Thomas Hobbes ... tenta nos ensinar o que ele achava que tinha que ser aprendido no rescaldo da guerra civil inglesa; Descartes e muitos de seus contemporâneos queria que as concepções medievais (enraizada aproximadamente dois mil anos antes nos trabalhos de Aristóteles) fossem deixadas de lado para dar lugar a uma moderna concepção de ciência; Kant procurou avançar a autonomia dos indivíduos em face de regimes não-liberais e autocráticos, Marx para liberar a classe trabalhadora da pobreza e da miséria, e para as feministas de todas as épocas desenvolver a situação das mulheres. Nenhuma dessas pessoas estava apenas resolvendo enigmas (embora eles tivessem, às vezes, que resolver alguns); eles entraram em debate a fim de mudar o curso da civilização." [4]

Os enigmas necessariamente fazem parte do debate filosófico qualquer que seja o tópico em questão (ontologia, epistemologia, ética, política, lógica, etc.). Todavia, em alguns casos o mais importante é compreender a relação entre esses enigmas e as grandes teorias e não apenas resolvê-los. A escolha dos enigmas filosóficos ou a caracterização em termos de relevância é algo importante e inerente a qualquer teoria filosófica. Uma teoria específica acerca dos enigmas pode fornecer a ferramenta adequada para instrumenta-

[4](CRAIG, 2002), *Philosophy: A Very Short Introduction*

lizar tais decisões. Pode-se considerar que essas investigações inauguram uma divisão acerca das propriedades filosóficas dos enigmas e essa divisão dá surgimento a duas visões ou concepções diferentes da filosofia: a filosofia que é feita nos departamentos de filosofia das universidades e por isso possui um caráter basicamente acadêmico e uma outra que trata a filosofia como uma brincadeira ou jogo intelectual. Segundo Edward Craig, as duas concepções acima são inapropriadas e se fundam em uma interpretação equivocada do que seja filosofia.

> "Pense na filosofia como sendo o som da humanidade tentando sair dessa crise. Pense isso como uma forma de você se proteger de certas concepções equivocadas. Uma delas é a de que a filosofia é uma atividade estreita que ocorre apenas nas universidades ou (menos absurdamente) somente em épocas particulares em culturas particulares; outra, relacionada à primeira, é que a filosofia é algo como um jogo intelectual cujas respostas não precisam de muita profundidade." [5]

A proposta da presente tese não é reduzir a filosofia a um conjunto de enigmas. O que se quer é desenvolver um campo de investigação filosófica acerca da surpresa e dos enigmas em termos formais e conceituais. Isso porque tais conceitos fazem parte de qualquer estrutura de debate filosófico. Defenderemos que a tradição filosófica cometeu um grande erro ao não dar mais atenção para a importância da pergunta e da surpresa (enquanto objetos que "enigmatizam" o ser) e para a investigação mais acurada de suas estruturas e relações com as teorias.

O tema e a tese apresentados neste trabalho são inéditos na literatura lógica, epistemológica ou mesmo filosófica. Todavia, há um elevado grau de relevância dessa pesquisa sobre alguns temas e áreas da ciência, da filosofia, da lógica, da matemática, da metamatemática e da metafilosofia. Conforme as opiniões dos renomados professores de filosofia e lógica Jaakko Hintikka e Raymond Smullyan em entrevistas gravadas durante a suas visitas ao Brasil por conta dos eventos CLE 30 anos, XV EBL e XIV SLAM 2008 ocorridos simultaneamente em Paraty no ano de 2008 e à disposição nos arquivos do CLE IFCH-UNICAMP, o estudo sistematizado, teórico e prático dos enigmas (*puzzles*) e da surpresa é crucial para a introdução e o incentivo dos estudos filosóficos.

[5](CRAIG, 2002), *Philosophy: A Very Short Introduction* p 8

Projetos de pesquisa como este aqui apresentado dão uma visão generalizada e organizada acerca dos conceitos de surpresa, de informação e de enigma. Podemos dizer que um estudo como esse faz parte de uma importante disciplina que nunca veio a se desenvolver. Esta disciplina poderia muito bem se chamar "teoria geral dos enigmas e da surpresa", pois seria um estudo acerca da caracterização do surgimento e da importância do enigma para a atividade filosófica. Todavia, não podemos negar a existência atual de uma tal teoria. A *teoria geral dos enigmas* existe, mas está bastante ocultada por ser extremamente interdisciplinar. O exemplo mais conhecido que poder-se-ia incluir nesta teoria é o chamado problema "P = NP?". Este exemplo nos mostra o que pode ser considerado um *meta-enigma*. Usamos o termo meta-enigma pois o enigma citado é um enigma sobre determinados tipos de problemas. A solução deste meta-enigma teria como resultado um esclarecimento acerca da resolução de infinitos problemas. A *teoria geral dos enigmas e da surpresa* seria, portanto, uma disciplina que trataria das relações entre os diversos tipos de problemas existentes tais como dos diversos tipos de soluções para estes, assim como das condições de seu surgimento e do grau de sua relevância. Em certo sentido, é possível que tal teoria se identifique com a própria filosofia.

O principal problema a ser tratado neste projeto é: qual a possibilidade de existência e a importância do estudo formal e sistemático da surpresa e dos enigmas do ponto de vista epistemológico para o estudo, desenvolvimento e compreensão da filosofia?

O conceito de "importância" deve ser tomado como um tipo de relação. Em sentido amplo, a pergunta acima se refere à caracterização das questões filosóficas. A estrutura formal dos conceitos de "surpresa", "problema" e "enigma" serão apresentados e analisados mais adiante.

A tese a ser desenvolvida a partir do problema definido deve ser delimitada aos contextos da lógica e da teoria da informação. Em projetos posteriores essa pesquisa deve ser estendida respectiva e progressivamente para a epistemologia e talvez para a ontologia (ou metafísica). O estudo a ser feito será focado nas principais características dos enigmas e da surpresa de modo a mostrar as possibilidade de formalização desses conceitos em sistemas e teorias já conhecidos.

A problematização do conceito de surpresa e de enigma é o caminho a ser percorrido.

O objeto e o objetivo está na filosofia. O arcabouço filosófico determinará o método e o objeto de estudo. É um aspecto da filosofia que será pesquisado e é por meio dela que se fará a pesquisa.

A argumentação é basicamente esta: primeiro deseja-se verificar a relação entre a filosofia e a estrutura conceitual necessária para o surgimento da surpresa e dos enigmas. Depois, uma vez compreendida (se possível) a etapa anterior buscar-se-á a reflexão sobre o desenvolvimento, ensino ou estudo da filosofia a partir do uso de certos enigmas e de contextos surpreendentes. Defende-se aqui que a estrutura formalizada e generalizada da surpresa e dos enigmas possuem um papel epistemológico central. Sendo assim, os enigmas, do ponto de vista lógico, devem ser considerados facilitadores e motivadores para estudo e compreensão da filosofia ou da atividade filosófica. Portanto, o presente trabalho é uma tentativa de se identificar e apresentar as estruturas básicas formais ou formalizáveis dos conceitos de surpresa e de enigma, mostrar o papel epistemológico de tais conceitos a partir de uma abordagem formal e defender a importância desse estudo para o desenvolvimento da reflexão filosófica.

Um dos pressupostos para tratar de tais tarefas é que o enigma pode ser resultante ou gerador de surpresas e em todos os casos acaba por indicar que algo é ignorado.

A surpresa e o ignorado ou desconhecido se conectam de uma maneira natural. É possível afirmar que a surpresa é um produto da ignorância sobre um determinado objeto (cf. (RUSSELL, 1945), *A history of western philosophy and its connection with political and social circunstances from the earliest times to the present day*, p. 821-822). Neste caso, considera-se este termo como sendo uma noção epistêmica negativa. É possível afirmar também que a surpresa depende da forma como o mundo é organizado ou da forma organizada de se compreender o mundo. Ordem e desordem são os elementos que comumente participam da definição da noção de informação, conhecido e desconhecido ((MLODINOW, 2008), *The Drunkard's Walk: How Randomness Rules Our Lives*). Todavia, não é possível fazer uma abordagem adequada do conceito de surpresa sem levarmos em conta, além das noções citadas, mais um elemento: o inesperado. O conceito de inesperado não pode ser definido apenas a partir do conceito de ignorado ou desconhecido. É por isso que a ignorância e a surpresa parecem tão próximas. É prudente ser cauteloso quando se trata desta relação, pois a análise do conceito de surpresa requer elementos meta-estruturais. Um destes elementos já é bastante estudado em diversas áreas da epistemologia, da filosofia da linguagem, da lógica e da filosofia da mente a saber: o conhecimento acerca do que é conhecido ou o conhecimento sobre o próprio conhecimento (para um maior aprofundamento sobre este assunto ver (FITCH, 1963), *A Logical Analysis of Some Value Concepts* e (WILLIANSON, 2002), *Knowledge and Its Limits*). O inesperado não se reduz apenas àquilo que se ignora, ele também se constitui sobre um ignorar acerca do que se ignora assim como de outros fatores.

Por exemplo, se um agente A tentar adivinhar um número escolhido aleatoriamente entre 0 e 1000000, possivelmente não terá êxito. Sabe-se que o número escolhido é, em princípio, ignorado pelo agente que está tentando adivinhá-lo ou, em outras palavras, a probabilidade de se escolher dois números aleatórios entre 0 e 1000000 e que sejam idênticos é extremamente baixa. Apesar de haver o elemento ignorado e que esse fato será provavelmente confirmado após a revelação do número sorteado, não existirá qualquer surpresa no fato de se confirmar o erro na adivinhação, ou em se confirmar que o número sorteado era ignorado pela pessoa que estava tentando adivinhá-lo. Nesse caso, o conhecimento ignorado era esperado. E, de fato, é esperado que uma pessoa erre ao tentar adivinhar um número escolhido aleatoriamente entre 0 e 1000000. Por outro lado, se o referido agente conseguir adivinhar esse número, então estaremos em condições de nos surpreendermos. Nos surpreenderemos ainda mais se os acertos se tornarem comuns ou frequentes. É esperado que o número seja desconhecido. É razoável pensar um operador para o inesperado e um para o esperado tal que: se γ_A é o operador inesperado para o agente A, $\gamma_A(p)$ pode significar que p é inesperado para o agente A. Podemos explicitar isso um pouco mais e caracterizar a situação ς em que p é inesperado para A. A surpresa, portanto, se dá pelo fato de haver algo ignorado (o acerto do número naquele instante) e de, em um nível meta-epistêmico, o fator ignorado ser inesperado. Por fim, ao acontecer a revelação de que o número sorteado é coincidente com o número proposto para adivinhação, têm-se alguns elementos necessários para o surgimento da surpresa. Portanto, se for possível construir uma formalização adequada sobre os processos e cenários geradores da surpresa, então será possível obter uma lógica que organize e esclareça os raciocínios que relacionam o conhecido e o ignorado (a partir de um estado de surpresa de um agente A).

É apropriado, no contexto dos estudos aqui propostos, apresentar também uma tentativa de estabelecer estrutura de cenários informativos para enigmas. Tomemos, por exemplo, o conhecido *enigma da esfinge* com base no cenário Esf descrito abaixo. Sejam: $P_1 =$ "O animal x anda com quatro patas"; $P_2 =$ "O animal x anda com duas patas"; $P_3 =$ "O animal x anda com três patas"; $Q_1 =$ "Agora é manhã"; $Q_2 =$ "Agora é de tarde"; $Q_3 =$ "Agora é noite"; $\phi_1 = P_1 \leftrightarrow Q_1$; $\phi_2 = P_3 \leftrightarrow Q_2$ e $\phi_3 = P_3 \leftrightarrow Q_3$ O enigma consiste na seguinte pergunta, tendo em vista as definições acima: "qual é o animal x descrito pelas sentenças do cenário Esf?" O tipo de raciocínio presente na resolução de um enigma como o acima descrito consiste na estratégia vencedora para se obter uma determinada informação (a informação buscada em um conjunto R) a partir de outras informações (um conjunto C suficiente de informações). Uma outra forma de olhar para essa situação é pensar (no primeiro caso, sabe-se apenas que o universo de busca se define como o conjunto de números inteiros entre 0 e 1000000). No segundo caso busca-se uma informação adequada que depende de um conjunto de informações básicas porém codificadas.

É importante discutir como, a partir de uma teoria da informação, poder-se-ia obter um sistema para descrever cenários relevantes para o estudo formal de um conceito restrito de surpresa. Chamaremos estes cenários de "cenários enigmáticos", pois, é sabido que grande parte dos enigmas gera surpresa ou espanto e portanto admiração assim como a surpresa, o espanto e a admiração são geradores de enigmas. O processo de obtenção, solução e análise de cenários enigmáticos será estudado tomando-se por base a teoria da informação, a teoria dos jogos e a lógica [6].

Um tal sistema é relevante para um estudo acerca dos contextos de descoberta científicas uma vez que a surpresa e o aparecimento de algo "novo" e de certa forma imprevisível estão conectados de alguma forma. Tendo em vista isso, será mostrado na seção 1.3 um discurso acerca da possibilidade e do desenvolvimento de uma lógica e de uma teoria da descoberta científica.

É notório que fatos surpreendentes geram admiração e espanto. Alguns filósofos gregos usaram o conceito de espanto como *arché* (origem) da filosofia. O termo grego para espanto é *thaumatzein* que, por sua vez, está associado à *Thaumas*. Platão (428-348 a.C.) vai um pouco além e chega a afirmar que a admiração é o único princípio da

[6] ver Capítulo 3

filosofia.

> "Essa emoção, essa admiração é própria do filósofo; nem tem a filosofia outro princípio além desse; e quem afirmou que Íris é filha de Taumas não errou na genealogia" [7]

Aristóteles (384-322 a.C.) concorda com seu mestre.

> "Que ela (a ciência que busca pelas causas primeiras) não é uma ciência produtiva é claro, mesmo a partir da história dos primeiros filósofos. Pois é devido à admiração que os homens começaram a filosofar e ainda agora filosofam: de início começaram a admirar as coisas que mais facilmente suscitavam dúvidas, depois continuaram pouco a pouco a duvidar até das coisas maiores, como por exemplo, das modificações da lua e do que se refere ao sol, às estrelas e à geração do universo. Aquele que está enigmatizado e admira sabe que ignora (por isso, o amante do mito também é em certo sentido um amante da sabedoria (filósofo), pois o mito consiste em coisas admiráveis); portanto, desde que eles filosofaram a fim de escapar da ignorância, buscavam, evidentemente, a ciência a fim de conhecer e não para qualquer outro fim utilitário. E isto é confirmado pelos fatos, pois foi quando quase todas as necessidades da vida e as coisas que são produzidas para o conforto e lazer já estavam garantidas que esse conhecimento começou a ser procurado."[8]

O texto de Oliver Ranner, *Plato and Aristotle on the Origin of Philosophy*, que está disponível na internet, propõe uma análise acerca das duas passagens acima. Segundo Ranner, apesar do importante papel desempenhado pelo conceito *thaumatzein* sobre o entendimento do conceito de filosofia, nem Platão nem Aristóteles tratam mais detalhadamente do seu significado. Não é evidente por exemplo, se para Platão ou Aristóteles o fato de alguém se admirar já seja uma indicação de que esta pessoa esteja filosofando. Não se sabe se, para esses filósofos, existe uma diferenciação entre a admiração filosófica e a não filosófica. Dada a ausência de detalhamento acerca do conceito de admiração

[7](PLATO, 1973), *Teeteto*, 11, 155 d
[8](ARISTOTLE, 1993), *Metafísica*, I, 2, 982 b 12 ss.

(*thaumatzein*) tanto na obra de Platão quanto na obra de Aristóteles é possível apenas tentar inferir certas relações entre esse conceito e a filosofia. Se algumas passagens do *Teeteto* forem analisadas mais de perto será possível organizar algumas ideias importantes para o entendimento dessa relação. O trecho 154b6-155c7 mostra que Sócrates está interessado em uma situação com os seguintes aspectos formais. Sócrates e Teeteto concordam em três pontos acerca da questão que está sendo discutida no texto, ou seja, sobre a natureza ou definição do conhecimento (*epistéme*). A questão em pauta posta por Sócrates possui a alternativa de duas respostas: uma que é consistente com o terceiro ponto e outra que é consistente com os outros dois. As duas respostas são contraditórias. Portanto, *Teeteto* não consegue chegar a uma resposta consistente, pois se ele der uma resposta em concordância com os pontos um e dois ele será refutado pelo terceiro e se ele der uma resposta em concordância com o terceiro ponto ele será refutado pelos outros dois. Não há saída. Por mais que ele pense acerca da questão, sempre cai nesse dilema. O resultado é um forte sentimento de desamparo (*helplessness*) (cf (PLATO, 1973) 155c8-10). Nesse estado de coisas, é a verbalização de Teeteto sobre o sentimento que o dilema provoca nele que antecede o relato de Sócrates sobre a origem da filosofia (a partir da admiração). Isso sugere que, na obra de Platão há um uso mais restrito do termo *thaumatzein* como sendo o mesmo que *se colocar em aporia*. Essa relação entre *aporia* e *thaumatzein* também pode ser encontrada em outros diálogos e portanto pode ser vista como sendo uma das características do método socrático. Por exemplo, no Parmênides 129a6-e4 e 130c1-4, Sócrates caracteriza o argumento *thaumaston* como sendo aquele que força alguém a afirmar algo contraditório tal como "a diversidade é um" e "o um é diversidade". Em tais situações, o *thaumatson* consiste de argumentos que resultam em conclusões inaceitáveis (por exemplo algumas contradições) e, ao mesmo tempo, impossíveis de serem evitadas, ou seja, uma *aporia*. Assim, é razoável que, uma vez afirmado que a surpresa é capaz de gerar admiração e que a admiração gera a filosofia, então o estado aporético causador de uma perplexidade e que pode ser também elemento causador da surpresa é desejável em um método de investigação que tem por objetivo levar o agente (interlocutor) a uma reflexão de caráter filosófico. É nesse sentido que podemos ver o método socrático como sendo um método que tem por objetivos construir aporias através da sustentação de certas contradições dentro de uma argumentação. Essas contradições, apesar de serem causadoras de um certo incômodo, são identificadas no processo investigativo e parecem indicar onde uma determinada questão pode assinalar problemas para uma teoria. Por isso, apesar de tais aporias serem "inevitáveis" elas não devem ser consideradas "verdadeiras". Essas aporias fazem surgir questões que podem fazer pessoas como Teeteto começar uma vida dedicada à investigação filosófica. É latente que tais aporias causem nos interlocutores de Sócrates um sentimento de ignorância em relação aos conceitos que a constituem. A contradição parece surgir da falta de certas informações que poderiam tornar mais nítidas as estruturas conceituais usadas. A tomada de consciência de uma aporia leva o agente investigador a sustentar um desconhecimento do objeto de seu discurso. O segundo momento é a busca pela resolução da aporia através da investigação filosófica. Tendo em vista os levantamentos acima, pode-se parcialmente concluir que a característica que distingue o filósofo do não filósofo é algum tipo de sensibilidade para contradições que o leva a tentar uma resolução da situação aporética apresentada em certas circunstâncias (uma análise mais aprofundada sobre a importância desse ponto de vista é proposta na seção 3.4 do Capítulo 3).

A partir das citações de Platão e Aristóteles e de seus comentários, poder-se-ia inferir também que os conceitos de surpresa, espanto e admiração mantem grande importância para a epistemologia e, mais generalizadamente para a filosofia. Citamos abaixo alguns poucos fragmentos que podemos encontrar nas obras dos filósofos modernos e contemporâneos acerca deste tema. René Descartes (1596-1650) apresenta a seguinte descrição acerca da admiração:

> "Quando se nos depara algum objeto insólito, que julgamos novo ou diferente do que conhecíamos antes ou supúnhamos que fosse, admiramos esse objeto e ficamos surpresos. E como isso pode ocorrer antes que saibamos se o objeto nos será ou não conveniente, a admiração me parece a primeira de todas as paixões; e isso se dá porque, se o objeto que se apresenta não tem em si nada que nos surpreenda, não somos afetados por ele e o consideramos sem paixão."[9]

Na citação acima temos o uso do termo insólito. Observa-se uma intenção de caracterizar algo não estabelecido. Descartes se refere ao *novo* ou ao *não corriqueiro*. O objeto que se apresenta desta forma deve ser passível de admiração. Daí o nascimento da paixão sobre esse objeto.

[9](DESCARTES, 1649), *Les Passions de l'âme*, II, 53.

Baruch Espinoza (1632-1677) considerou a admiração apenas como a imaginação de algo a que a mente permanece atenta por ser desprovido de conexão com outras coisas ((ESPINOZA, 2005), *Etica*, III, 52 e escólio).

Já Immanuel Kant (1724-1804) falava da admiração a propósito da finalidade da natureza, porquanto esta é inexplicável com os conceitos do intelecto ((KANT, 1998), *Crítica do Juízo*, §62).

Søren Aabye Kierkegaard (1813-1855) definia a admiração como "um sentimento apixonado pelo devir":

> "Aquele que apreende o passado, o *historico-philosophus*, é portanto como um profeta ao inverso (Daub). Ser profeta significa precisamente que, o fundamento da certeza sobre o passado está fundado sobre uma incerteza, uma incerteza que existe para o passado e que é de fato idêntico à do futuro, ela está enraizada na noção de possibilidade (Leibniz e os mundos possíveis) de onde é impossível que se derive por necessidade, *nam necessarium se ipso prius sit* (*pois é necessário que a necessidade preceda a si mesma*). O historiador está novamente em meio ao passado movido pelo sentimento apaixonado pelo devir, ou seja, a admiração. Se o filósofo não admira nada (e, como poderia admirar uma construção necessária sem que haja um novo tipo de contradição?), e por isso nada tem o que fazer o *eo ipso* com o histórico, já que, onde quer que se encontre com o devir (que certamente é no passado), a incerteza do que seguramente se transformou (a incerteza do devir) só pode exprimir-se por meio dessa emoção necessária ao filósofo e própria dele (Platão, Aristóteles)". Mesmo se o evento é extremamente previsível, mesmo se a admiração tenta se antecipar dizendo que se não houvesse ocorrido teria sido inventado (Baader), mesmo assim, a paixão de admiração cairia em contradição consigo mesma se a fosse falsamente imputada a necessidade. Quanto ao método, tanto a palavra em si quanto o conceito suficientemente mostram que o progresso conotado é teleológico. Contudo, em qualquer movimento assim há, a cada instante, uma pausa (a admiração está aqui em pausa e espera o devir) que é a pausa do devir à existência e da possibilidade, justamente porque o *telos* está de fora. Se houvesse apenas uma via, então o *telos* não estaria do lado de fora, mas sim no próprio movimento, e mesmo por trás dele, como no

caso de uma progressão imanente." [10].

O trecho acima conecta conceitos temporais, aléticos e epistemológicos para compor a noção de admiração. Não abordaremos o conceito de surpresa do ponto de vista de uma filosofia existencialista como a de Kierkgaard.

Chamamos atenção, a partir da análise do material bibliográfico aqui apresentado sobre o conceito de surpresa (e seu correlato admiração) que há uma escassez de interesse acerca desse assunto. Isso é concluído ao se considerar que existe uma importância desse estudo para a filosofia, haja vista as indicações de Platão e Aristóteles sobre o nascimento do pensamento filosófico. Não há, por exemplo, uma linha discursiva histórico-filosófica coerente. Os fragmentos encontrados são destoantes e não podem ser considerados em um discurso único sobre o tema. A distância entre autores e contextos não nos permite avaliar tais conceitos do ponto de vista histórico-filosófico. Todavia, consideramos válido fazer um tal levantamento. Entendemos que uma tese tão compartilhada[11] não deveria ser tão negligenciada a ponto de, a cada século, conseguirmos coletar apenas um parágrafo sobre o tema.

As ideias acima justificam a tese de que a compreensão dos conceitos de espanto, surpresa e admiração são fundamentais para a compreensão da própria filosofia. A partir de tal tese, o presente projeto propõe uma abordagem formal adequada destes conceitos baseada em uma generalização da teoria lógica da informação construída com alguns elementos encontrados nas lógicas não-clássicas (ver Capítulo 3).

1.2 O conceito de problema

Os conceitos de problema e de enigma nunca foram de fato tratado sistematicamente e satisfatoriamente no âmbito filosófico. A filosofia é constituída por um conjunto de discursos que tratam de identificar e dar soluções para enigmas (mas não se reduz a esse conjunto de discursos). Isso é desenvolvido normalmente sem que haja uma analise de modo exclusivo dos conceitos e estrutura necessários para a concepção do enigma. O presente trabalho trata justamente desta falta. Defende-se aqui que o estudo filo-

[10](KIERKEGAARD, 1962), *Philosophical Fragments*, capítulo IV

[11]por exemplo, por Alfred North Whithead (1861-1947) que também reafirma a tese platônica e aristotélica ao declarar: "a filosofia nasce da admiração" ((WHITEHEAD, 1934), *Nature and Life*))

sófico sobre os conceitos de enigma seja de grande importância para o entendimento da filosofia. Porém, sabe-se que pouca atenção foi dada a este discurso não sendo portanto coerente com a importância que ele possui. Alguns autores se referiram a esse assunto, porém não o desenvolveram como deveriam ou poderiam. Apresentamos algumas pequenas passagens da história da filosofia sobre a definição filosófica de enigma. Passagens estas que não são satisfatórias pois não chegam a formar uma teoria geral sobre esse conceito. Consideramos, em um primeiro momento que o termo enigma e o termo problema são indistintos. Trataremos do discurso acerca da possibilidade de distinção desses termos abaixo.

Um problema é um obstáculo que pode ser formulado como uma questão. A questão sugere um pedido de solução ou de resposta ou também um pedido de informação. Quando uma solução ou uma resposta para a questão (que foi gerada a partir de um problema) é apresentada dizemos que o problema foi resolvido. Problemas que ainda não foram solucionados são definidos como sendo problemas em aberto. Os problemas podem ser classificados de diversas formas tais como problemas matemáticos, problemas de decisão, problemas sociais, problemas filosóficos, problemas lógicos, etc. Os problemas em geral possuem variadas formas e nomes. Enigmas, charadas, quebra-cabeças são nomes usuais para um grande número deles. O problema é a identificação de um algum processo que não se desenvolve. Por exemplo, podemos formular a conjectura de Goldbach como sendo a identificação da interrupção do seguinte processo computacional: decidir se a proposição "todo numero par maior do que 2 é igual a soma de dois números primos". Um outro exemplo, talvez mais simples, é o seguinte: se apertarmos um botão para ligar um determinado aparelho eletrônico e ele não ligar, então pode-se definir um problema de não desenvolvimento de um processo, ou seja, o processo de ativação elétrica dos circuitos do aparelho não se desenvolve. O termo grego *problema* ($\Pi\rho\acute{o}\beta\lambda\eta\mu\alpha$) tem como significado primitivo qualquer situação com a possibilidade de uma ou mais alternativa. Seu conceito moderno não pode ser totalmente caracterizado em termos subjetivos. Não podemos, por exemplo reduzi-lo ao conceito de dúvida. Todavia, a dúvida pode indicar um tipo de problema. As alternativas possíveis para um determinado problema podem ser de qualquer espécie. Nesse sentido, problema é a declaração da possibilidade de alternativas para uma determinada situação.

Usado inicialmente no contexto da matemática antiga, o problema era entendido como complemento do conceito de teorema. Nesse contexto o problema era uma busca de uma proposição que partia de certas condições conhecidas. A busca tinha como objeto alguma coisa desconhecida e portanto a existência de alternativas. Teorema em geral, tem como significado qualquer proposição demonstrável. Este termo também foi usado originalmente na matemática antiga (ver (ROSS, 1958), *Aristotle's Metaphysics* e (ARISTOTLE, 1993), *Metaphysics*, XIV, 2, 1090 a 14). Fora da linguagem matemática o conceito de teorema conservou o significado de proposição não primitiva, mas derivada ou derivável de outras proposições. Alguns geômetras, provavelmente da escola platônica, acreditavam que sua ciência era constituída essencialmente por problemas; outros, como Proclus, por teoremas (ver (PROCLUS, 1992), *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 77, 7-81, 22). A definição aristotélica toma o conceito de problema como procedimento dialético que tende à escolha ou à recusa, ou também à verdade e ao conhecimento de acordo com a perspectiva subjacente: prática ou teórica ((ARISTOTLE, 1994), *Topicos*, I, II, 104 b). Neste caso, as palavras "escolha" ou "recusa" estão relacionadas às alternativas que se apresentam aos problemas de ordem prática, enquanto "verdade" e "conhecimento" designam as alternativas que se apresentam aos problemas teóricos. Saber se o prazer é ou não um bem, por exemplo, pertence ao primeiro tipo. Saber se o mundo é ou não eterno pertence ao segundo ((ARISTOTLE, 1994), *Tópicos*, 104 b 8). Aristóteles observou que problemas e silogismos contrários possuem uma ligação. Onde existem problemas também existem silogismos contrários. Ele também notou que o problema surge da ausência de um discurso concludente. Portanto o problema é da ordem da dialética, ou seja, dos discursos prováveis. Disto Aristóteles conclui que não cabe, portanto, incluir o problema ao campo da ciência. Deste discurso acerca do conceito de problema é possível afirmar que o problema é caracterizado por uma indeterminação que lhe é dada pela existência de alternativa(s).

No século XVII esse tema atraiu a atenção de alguns lógicos. Nesse contexto, o significado atribuído a tal conceito advém da matemática, porém o caráter de indeterminação atribuído por Aristóteles ao conceito de problema é atenuado.

Um dos pensadores deste período que analisou tal conceito foi o professor de matemática Joachim Jungius (1587-1657). Nascido em Lübeck (Alemanha), Jungius estudou metafísica nas universidades de Rostock e Giessen e medicina em Pádua tendo se aprofundado em física e botânica. Escreveu em 1638 um trabalho importante em lógica chamado *Logica Hamburguensis* defendendo que a matemática e a lógica são espécies de remédios contra as especulações metafísicas e místicas. Jungius diz que: "O *problema* ou a proposição problemática é uma proposição principal enunciando que alguma coisa pode ser feita, mostrada ou achada[12]."

Uma possibilidade de interpretação para a ideia geral de problema é pensá-lo como sendo um conjunto incompleto de informações. A solução para o problema a partir desta interpretação é o complemento deste conjunto. Essa ideia está de acordo com o ponto de vista leibniziano.

> "Por problema os matemáticos entendem as questões que deixam em branco uma parte da proposição" (LEIBNIZ, 1996), *Novos ensaios sobre o entendimento humano*, IV, II, 7).

Christian Wolf (1679-1754) também recorreu ao uso matemático, porém definiu problema como sendo "uma proposição prática demonstrativa". Neste caso, entende-se por "prática" a proposição "com a qual se afirma que alguma coisa pode ou deve ser feita". Dessa forma, Wolf exclui definitivamente o significado aristotélico para o termo ((WOLFF, 1963), *Preliminary Discourse on Philosophy in General*. parágrafos 266, 276). A definição dada por Kant é muito próxima da definição vista em Wolf:

> "Problemas são proposições demonstráveis que exigem provas ou expressam uma ação cujo modo de execução não é imediatamente certo" ((KANT, 1999), *Lógica*, par. 38).

Ao contrário do que é dito pela tradição acerca da noção de problema, o enigma não é somente um vazio, uma falta, mas sim a tomada de consciência acerca da possibilidade de preenchimento de um determinado vazio, de uma determinada falta. Faz parte do enigma não só a identificação do locus a ser estudado e analisado, mas também a identificação deste como possibilidade de seu desaparecimento. O problema só é um enigma se há uma indeterminação acerca do conhecimento sobre o seu fim. Um problema não deve ser considerado como tal se sua solução não for possível e desconhecida. Se não existir solução e isto for conhecido então o problema não existe. Se não existe solução

[12](JUNGIUS, 1957) *Logica hamburgensis*, IV, 11, 7.

e isto não for conhecido então o problema ainda existe. A existência ou não da solução não define o problema, este só é definido pelo conhecimento ou não da existência ou não de solução. Porém, saber se existe ou não solução não soluciona o problema. O problema não pode ser solucionado simplesmente pelo conhecimento positivo acerca da existência de solução deste. Positivamente falando o problema só será solucionado se a existência de sua solução for conhecida e a solução apresentada. Desta forma, o problema não é apenas a tomada de consciência acerca de uma falta ou de um vazio. Ele é sobretudo a tomada de consciência sobre a possibilidade de preenchimento adequado desse vazio ou dessa falta.

Observa-se que as definições mais antigas para o conceito de problema o aproximam de uma situação que está em aberto e por isso, segundo Aristóteles, o problema é da ordem da dialética. Os matemáticos antigos o consideram como complemento da noção de teorema. No processo de concepção de um determinado problema, um lugar não ocupado pelo conhecimento é *descoberto*. Deste modo equipara-se o conhecimento aos teoremas. Essa identificação é proporcionada pelo conhecimento quando este se volta sobre si mesmo em um movimento reflexivo. O espaço não ocupado pelo conhecimento ou o complemento dos teoremas é identificado como sendo um estado de ignorância. Não qualquer ignorância e sim, a princípio, um estado de ignorância sobre si, ou seja, um não-conhecimento sobre o próprio conhecimento. O processo de identificação ou de concepção de um determinado problema começa com um mapeamento que usa o conhecimento sobre o próprio conhecimento para identificar os espaços vazios.

Portanto, pode-se organizar os três conceitos da seguinte forma: teoremas, enigmas e ignorância são os três estágios possíveis do conhecimento humano. A ciência se define por proposições que estão situadas entre o primeiro e o segundo estágio.

1.2.1 Problemas filosóficos e problemas práticos

Costuma-se caracterizar as seguintes questões como enigmas filosóficos:

O ser humano é livre ou as leis da natureza determinam os seus atos, desejos e pensamentos? É possível saber de fato o que as outras pessoas pensam? O que se conhece acerca do mundo externo?

Em princípio os problemas não-filosóficos serão denominados problemas ordinários ou problemas práticos. Usualmente falando, os problemas ordinários são aquelas situações do dia-a-dia em que algo não ocorre como o esperado ou que são diferentes de um ideal. Tais problemas são contextuais e não existem como problemas gerais e sim como problemas particulares. Na maioria das vezes esses problemas só existem porque há um determinado fim a ser atingido e isto não acontece, então ele existe apenas para aqueles que desejam tais fins. Um exemplo bastante comum para esses problemas são as dificuldades referentes a tecnologia e mais precisamente ao funcionamento dos computadores. Comportamentos inesperados que dificultam a finalização de uma determinada tarefa são frequentes principalmente quando se trata dos computadores pessoais. Essas situações, porém não são enigmas em si. São dificuldades inconvenientes que surgem principalmente de duas coisas: a) o desejo de se alcançar um objetivo e b) o não conhecimento sobre algo. O item a) remete a um componente teleológico e o item b) a um epistêmico. Uma situação bem representativa deste tipo de problema é aquela em que alguém quer mandar um simples e-mail para uma pessoa e ao apertar o botão *enviar* aparece a seguinte mensagem: "não foi possível enviar o seu e-mail". Supõe-se aqui que, de fato, o e-mail não foi enviado. Essa situação é trivialmente definida como um problema, mas em termos mais teóricos esta situação não é necessariamente um enigma. Epistemologicamente falando, a situação é compreendida e não há incoerências com as teorias acerca da realidade. O componente b) só atuará na composição do problema se o componente a) existir. Se não existe uma finalidade para o envio do e-mail então não há problema algum nesta situação. A apresentação descritiva do fato acima narrado não resulta em uma descrição de um enigma em si, mas de um contexto contingentemente problemático. A racionalidade do agente envolvido será um dos fatores determinantes para a existência de um enigma em relação à essa situação.

Se agora a atenção está voltada para o agente da situação, então observa-se que nesse agente o fator determinante do componente a) será a finalidade. A finalidade determina um fim para a ação. Deseja-se antes de agir e a ação está concatenada a uma finalidade. Caso não exista um objetivo final a interpretação aqui construída não andará por este caminho. Assim, não existindo um objetivo final, não haverá qualquer enigma para a situação descrita, mesmo que esta não seja completamente compreendida. Porém pode-se argumentar que há problemas, mas ele não está relacionado àquele agente. Neste caso deve-se focalizar o agente ao qual o problema está ligado e é neste agente que se observa a existência do desejo.

A maioria das obras filosóficas trata de um destes dois ramos da teoria da razão (razão teórica e razão prática). Há uma certa assimetria no tratamento destas duas vertentes. A razão teórica é mais estudada quando se trata da epistemologia. A razão prática é do âmbito dos estudos éticos. Para a resolução e produção de enigmas deve-se ter em mente ambas vertentes. Os problemas dependem tanto de elementos como desejos, intenções e ações que são do campo da razão prática quanto de outros, como crenças, justificações e verdade. Portanto, assim como em (AUDI, 2001), *The architecture of reason: the estructure and substance of rationality* defende-se neste trabalho que, mesmo havendo teorias adequadas sobre a razão pratica ou teórica tomadas separadamente é necessário, para o desenvolvimento de uma tese acerca de enigmas lógicos e filosóficos, um discurso que as integre.

> "Mas existe outra boa razão para se procurar uma concepção epistemológica formal de razão prática. Se houver um grau de paridade que eu encontre entre a razão prática e a teórica, então alguns dos problemas (e resoluções) que surgem na epistemologia podem esbarrar na racionalidade prática. Se, por exemplo, há uma tal paridade entre a crença racional e o desejo racional, então, em relação ao ceticismo sobre seu estado, podemos talvez ver o último como não sendo pior do que o primeiro."[13]

O tratamento de enigmas em termos gerais nos leva a crer que estes, para serem compreendidos e solucionados, devam ser racionais em algum sentido. A racionalidade aqui citada tem como característica básica a objetividade (o enigma ou sua solução devem ser descritos em linguagem pública). Um enigma deve ser compreendido como tal independente do agente em questão. Mesmo se a solução já for conhecida, é preciso compreender que um agente que não tenha conhecimento de sua solução deva conseguir caracterizar a situação como enigmática.

Grande parte dos enigmas permitem interpretações menos relativistas acerca de seu entendimento e resolução. A racionalidade tem uma maior predominância nestes casos. Ninguém pode colocar em questão um teorema já provado e compreendido como tal.

[13](AUDI, 2001), *The architecture of reason: the estructure and substance of rationality*, Preface.

Nesses casos existe apenas a possibilidade de alguns agentes não compreenderem a estrutura lógica da prova do teorema. Pode-se dizer que não se entendeu o teorema, mas nunca que o teorema foi provado apenas para alguns seres humanos e não para outros.

Com relação à razão envolvendo enigmas há uma objetividade singular. Caso não seja possível se compreender o enigma, ou seja, o enigma não é entendido como tal por nenhum agente, então a palavra enigma não tem sentido e não foi bem usada. Isso não significa que o enigma seja subjetivo, mas sim que é um construto racional e com uma objetividade característica. O enigma não precisa ser enigma em ato para todos os seres para que assim se observe a sua objetividade. Ela acontece pelo fato do enigma ser possível a todos agentes racionais como tal.

Analiticidade

Para os propósitos da presente tese, a distinção tradicional entre verdades de razão e verdades de fato não é considerada necessária. Nesse sentido, não entenderemos analiticidade como sendo a validade das proposições que não dependem dos fatos, mas sim a partir do caráter de resolução que envolve o conceito de análise.

O próprio conceito de análise pressupões uma espécie de resolução. Ele pode ser definido como uma interpretação ou descrição em termos dos elementos mais simples que compõem um determinado objeto ou uma determinada situação. Portanto, grosso modo, analisar é resolver o conjunto dos elementos que compõem um objeto ou situação em suas partes (se possível, nas mais simples). Nesse sentido, um processo analítico é considerado bem sucedido quando esse tipo de resolução se efetiva.

Sabe-se que Aristóteles aplicou esse processo na lógica da demonstração (apodítica) com o objetivo de se resolver a demonstração no silogismo, o silogismo nas figuras e as figuras nas proposições ((ARISTOTLE, 2004), *Prior Analytics.* I, 32, 47 a 10).

Na obra de Ludwig Wittgenstein (1889-1951) encontra-se a definição de proposições analíticas como sendo tautologias. "A tautologia não tem condições de verdade porque é incondicionalmente verdadeira"(Tractatus, 4.461). Por outro lado, proposições analíticas não podem ser consideradas (segundo Wittgenstein) representações da realidade porque "permite todas as situações possíveis" (Tractatus 4.462)[14].

No sentido clássico, de acordo com a definição de Wittgenstein, um enunciado é analítico quando sua negação é contraditória[15]. Para determinados tipos de negação, a contradição por si só não é capaz de trivializar um determinado sistema lógico. Portanto, uma revisão acerca desta consequência da caracterização de Wittgenstein para a noção de enunciado analítico deve ser feita. Isso não será feito no âmbito da presente tese. Todavia, os estudos, pesquisas e resultados apresentados serão fundamentais para o desenvolvimento da tarefa acima, uma vez que tratam da relação entre o conjunto de informações necessário para se constituir e comunicar um determinado contexto e a possibilidade do espectro lógico usado não ser clássico (cf. Capítulo 3).

Rudolf Carnap (1891-1970) exprime a noção de analiticidade de uma proposição como sendo a inferência desta proposição a partir de uma classe vazia de enunciados ou premissas (portanto esta proposição é consequência de qualquer enunciado) (ver (CARNAP, 1934) *Logische Syntax der Sprache*, parágrafo 42).

No sentido da lógica clássica, a noção de verdade analítica está muito próxima da noção de verdade necessária. Uma tautologia é considerada necessária pelo fato de que seu conteúdo abrange todas as possibilidades para um determinado estado de coisas.

É possível exprimir a necessidade de uma verdade analítica baseada na probabilidade. Nesse caso, uma verdade analítica é representada como objetos com probabilidade 1. Supondo o lançamento de uma moeda, temos o seguinte caso: Seja Pr a função de probabilidade, ca quando o resultado do lançamento é cara e co quando é coroa. Assim $Pr(ca) = 0,5$, $Pr(co) = 0,5$, $Pr(ca \vee co) = 1$ e $Pr(ca \wedge co) = 0$. Para esse caso $\neg(ca) = co$ e $\neg(co) = ca$. Portanto $Pr(ca \wedge \neg(ca)) = 0$ e $Pr(ca \vee \neg(ca)) = 1$.

1.2.2 O que é um *puzzle*?

O conceito de *Puzzle*

Desafios (tais como enigmas, quebra-cabeças e charadas) tornaram-se extremamente

[14]cf. (WITTGENSTEIN, 1922) *Tractatus Logico-philosophicus*

[15]Trataremos mais adiante das teorias inconsistentes (ver seção 3.4)

populares. Nota-se, hoje em dia, uma extensa gama de publicações reunindo uma grande quantidade de exercícios de raciocínio e um grande número de instituições semelhantes a *The National Puzzler's League* criada nos EUA no final do século XIX.

Empresas aplicam testes baseados em enigmas para selecionar os seus empregados, escolas valorizam essa pratica entre os alunos, as ciências apresentam-se como conjunto de problemas e desafios sobre uma parcela determinada da realidade. Poder-se-ia pensar que todo esse fervor em volta desse tema seja apenas uma moda passageira e que futuramente não haverá tal interesse. Entretanto, ao observar o conceito da perspectiva da história conclui-se que há uma continuidade desta prática. Um dos mais antigos textos de matemática (o Papiro de Rhind, datado de antes de 1650 a. C.) é uma coleção de desafios para o cérebro. Salomão e Hiran foram famosos organizadores de enigmas. Benjamin Franklin e Lewis Carrol, escritor inglês famoso por seus dois livros infantis (Alice no país das maravilhas e Através do espelho), criaram desafios que ainda hoje são intrigantes. Esses problemas, enigmas, charadas e quebra-cabeças possuem uma única denominação em inglês a saber: *puzzle*

Puzzle é uma palavra anglo-saxã traduzida normalmente como enigma ou desafio lógico. Porém, em geral, pode ser usado como raiz verbal *puzzle* com o sentido de 'charada', ou 'quebra-cabeça'. É interessante observar aqui que em alguns casos o termo *puzzle* pode ser usado como raiz verbal no sentido de surpresa ou perplexidade.

> "Russell achou a doutrina da monadologia de Leibniz fantástica e ficou perplexo (intrigado) como Leibniz pôde fazer um excelente trabalho em lógica e abarcar uma metafísica tão extraordinária." [16]

A edição de 1989 do *The Oxford English Dictionary* considera a palavra *puzzle* como sendo originária de um verbo e que depois passou a ser usada como substantivo. Sua origem está datada neste dicionário no século XVI. O primeiro uso documentado deste termo remete a um livro intitulado *The Voyage of Robert Dudley to the West Indies*, 1594-95. Em 1760 o inglês John Spilbury criou o primeiro *jigsaw puzzle* (quebra-cabeça). Este tipo de *puzzle* está mais próximo dos conhecidos quebra-cabeças onde uma figura fragmentada deve ser remontada juntando-se os seus pedaços. Spilbury, que era um

[16] (RUSSELL, 1992), *A Critical Exposition of The Philosophy of Leibniz*, Introduction

cartógrafo, criou um mapa em um pedaço de madeira e o dividiu de acordo com os países. Este mapa foi usado nas aulas de geografia ministradas por ele. O *jigsaw puzzles* permaneceu esquecido após este primeiro uso, reaparecendo apenas em 1820. No início do século XX alguns jornais e revistas passaram a publicar alguns tipos de *puzzles* para complementar as suas edições. Atualmente alguns autores passaram a se especializar na arte de inventá-los. Entre esses autores podemos destacar Sam Loyd, Henry Dudeney, Boris Kordemsky e, mais recentemente, David J. Bodycombe, Will Shortz, Raymond Smullyan e Martin Gardner. Na presente tese, *puzzle* será, na maioria das vezes, traduzido como enigma. Os casos em que a tradução for feita de outro modo serão devidamente comentados. O conceito de enigma é tomado no presente trabalho como sendo um caso particular do conceito de problema. Objetivamente, existem problemas que não são necessariamente enigmas.

A história dos enigmas

Várias fontes indicam uma origem religiosa para os enigmas e desafios. Isso acontece principalmente com os enigmas relacionados aos mistérios da *physis*. Os antigos viam nos problemas causados por fenômenos da natureza uma espécie de ira divina. Segundo os representantes religiosos destes povos, os deuses estavam furiosos pois alguma injustiça teria sido cometida. Para apaziguar os ânimos dos deuses era necessário descobrir uma maneira de agradá-los e este era o grande enigma que se apresentava. Qual o ritual adequado para se agradar um determinado deus e aplacar a sua ira? Os rituais religiosos antigos possuíam diversas formas e diferentes estruturas. Às vezes animais eram abatidos e uma grande celebração era conduzida em nome do deus homenageado. Atualmente os enigmas ganharam uma significação mais amena. Todavia ainda existem enigmas lógicos e filosóficos tão importantes e decisivos para a espécie humana como existiam na era dos mitos. Várias publicações são dedicadas a divulgar problemas e os mais diversos enigmas como tarefas divertidas e de entretenimento como é o caso dos *sudokus* e das palavras cruzadas. Algo parece caracterizar esses enigmas como sendo mais do que simples recreações. Considerando-se que esses "jogos" promovem uma construção conceitual extremamente tensa e não resolvida (aberta) de modo a causar um desconforto, é razoável pensar que a mente humana busque apaziguar tal incômodo, que de algum modo pode ser visto como uma injustiça em relação a uma certa organização anterior, através de uma catarse, ou seja, da resolução para tais problemas. Para ilustrar um pouco dessa interpretação sobre os enigmas como sendo, em seu sentido original, uma parte do processo de purificação é oportuno fazer um breve comentário histórico acerca dos diversos *puzzles* que povoaram o pensamento das pessoas.

Segundo alguns documentos os desafios ou enigmas para o raciocínio humano são tão antigos quanto a própria história da humanidade. Há onze mil anos, uma tribo vivia perto do lago Edward situado no país conhecido hoje em dia como Zaire. Esses ancestrais de Ishango inventaram o que parece ter sido o primeiro jogo matemático da humanidade. O jogo consistia de dois "dados" feitos de ossos. É muito interessante encontrar evidências de que o apreço por coisas deste gênero seja tão antigo entre os seres humanos (cf. (OLIVASTRO, 1993) , *Ancient Puzzles: classic brainteasers and other timeless mathematical games of the last 10 centuries*, p. 7).

Uma pequena parcela dos escritos mais antigos que se tem acesso hoje em dia são coleções de problemas matemáticos. Normalmente ligados às atividades comerciais ou aos problemas cotidianos. As escavações da mesopotâmia datam do início do século XIX. Os pesquisadores já encontraram cerca de meio milhão de tábulas de argila onde 400 foram identificadas como sendo estritamente matemáticas. O conhecimento sobre a matemática dos babilônios consiste no trabalho de decifrar e interpretar estas tábulas matemáticas. É possível encontrar um bom material acerca destes escritos nos grandes museus arqueológicos espalhados pela Europa e EUA tais como os museus de Paris, Berlim e Londres. É possível também encontrar alguns destes documentos nas universidades de Yale, Colúmbia e Pensilvânia. As escritas cuneiformes por si só já são quebra-cabeças consideráveis. Os arqueólogos só começaram a decifrar tal escrita quando, pouco antes de 1800, viajantes europeus notaram as inscrições que acompanham um monumental baixo-relevo esculpido a mais ou menos 91,44 metros acima do solo em um grande rochedo calcário perto da aldeia de Behistun, na região noroeste do atual Irã. Por fim, em 1846 a escrita foi completamente desvendada por Sir Henry Creswicke Rawlinson (1810-1895) um diplomata e assiriologista que aperfeiçoou a chave sugerida pelo arqueólogo e filólogo alemão Georg Friedrich Grotefend (1775-1853)(cf. (EVES, 2005), *Introdução à história da matemática* pp 58, 59).

Um dos textos antigos mais conhecido é um extenso papiro manuscrito que pode ser designado por dois nomes: *Papiro de Ahmes*, devido ao escriba egípcio que o copiou e

Papiro de Rhind, por causa do Advogado escocês A. Henry Rhind (1833-1863), que o comprou em 1885 durante uma viagem de férias ao Egito. Uma outra referência para o papiro é a seguinte: *Papyrus British Museum 10057, and pBM 10058*, pois o papiro se encontra atualmente no museu Britânico. Este papiro foi encontrado poucos anos antes de ser comprado por Rhind nas ruínas de uma pequena construção em Tebas, no alto Egito ((DANESI, 2002), *The puzzle instinct: The meaning of puzzle in human life* p 5). Chace observa ainda que o manuscrito de Ahmes é uma cópia de um documento ainda mais antigo ((CHACE, 1979), *The Rhind Mathematical Papyrus: Free translation and commentary with select photographs, trancriptions, transliterations, and literal translations* p 27). Acredita-se que o papiro tenha sido escrito por volta de 1550 a.C. quando o Rei Apophis (c. 1585-1542) da dinastia de Hyksos tinha 33 anos. O documento é uma cópia de outro escrito mais antigo datado de mais ou menos 1860 a.C., o mesmo período do original de outro famoso papiro: o Papiro de Moscou (assim denominado por estar guardado em um museu da capital da Rússia). Esse período é identificado com a XII^a dinastia na época do reinado de Amenehet III (c. 1844-1797 a.C.). Estudos mostram, porém, que as origens deste documento remetem ao ano de 4000 a.C. ((CLAGETT, 1999) *Ancient Egyptian Science: A source book* p 16). O Papiro de Ahmes ou de Rhind tem cerca de dezoito pés de comprimento por cerca de treze polegadas de altura. Porém, quando o papiro chegou ao Museu Britânico ele era um pouco menor. Estava dividido em duas partes e faltava-lhe a porção central. Edwin Smith, egiptólogo, comprou o que pensava ser um papiro médico quatro anos depois de Rhind ter feito a sua aquisição. Em 1932, o papiro comprado por Smith foi doado para a Sociedade Histórica de Nova Iorque. Tempos mais tarde, especialistas descobriram que por sob uma camada fraudulenta, o papiro que Smith havia comprado era justamente a parte que faltava para o Papiro de Rhind. Então, o rolo de pergaminho foi doado ao Museu Britânico, completando-se assim o documento de Ahmes. Curiosamente o Papiro de Rhind se tornou um clássico quebra-cabeça e, por coincidência, ele próprio é uma coleção de *puzzles* matemáticos (cf. (EVES, 2005), *Introdução à história da matemática* p 70). Além de 84 enigmas matemáticos, o Papiro de Rhind possui tabelas com cálculo de áreas e conversão de frações, sequências elementares, equações lineares e uma grande quantidade de informações sobre medidas. Já o Papiro de Moscou tem apenas 25 enigmas, e estes são considerados menos interessantes do que os de Rhind.

Traduzido para o alemão em 1877 e para o inglês em 1923, o Papiro de Rhind só teve uma edição completa em 1923 conduzida por Arnold Buffum Chace (1845-1932). Esse trabalho tornou o Papiro de Rhind acessível ao grande público.

Os principais estudiosos acerca dos papiros egípcios são: Eisenlohr, Griffith, Hultsch, Peet, Struve, Neugebauer, Chace, Glanville, van der Waerden, Bruins e Gillings. Deve-se a esses estudiosos o entendimento que se tem hoje sobre a matemática egípcia. Alguns deles já foram citados acima, os demais serão indicados se for conveniente. Para mais informações acerca do assunto desta seção deve-se levar em conta que os pesquisadores acima são referências importantes e que grande parte das informações aqui contidas sobre os escritos egípcios deve-se aos seus esforços.

Os orientalistas (com relação ao nascimento da filosofia) podem usar a interpretação de Marcel Danesi para fundamentarem as suas ideias, pois os problemas apresentados pelos papiros são de alto nível de abstração. Há, desta maneira, um ambiente de pensamento acerca de conceitos abstratos que poderiam sugerir de alguma forma a possibilidade da existência de um pensamento filosófico egípcio.

O Papiro de Moscou

O Papiro de Moscou ou de Golenischev foi escrito aproximadamente entre 1783 a.C. e 1640 a.C.. Assim como o texto de Ahmes, o papiro de moscou é uma compilação de escritos anteriores e caracteriza-se como um conjunto de enigmas matemáticos. Ao todo o papiro apresenta 25 problemas. Adquirido no Egito em 1893 pelo colecionador russo Golenishev, o documento encontra-se agora no Museu de Belas-Artes de Moscou. Em 1930, publicou-se uma edição comentada de seus problemas. O pergaminho original tem dezoito pés de comprimento por três polegadas de altura. Abaixo estão descritos alguns problemas do Papiro de Rhind e de Moscou (para mais informações ver (EVES, 2005), *Introdução à História da Matemática* p 69).

Alguns desafios e problemas contidos nos Papiros de Rhind e de Moscou

O Papiro de Rhind começa com a seguinte citação:

> "O método correto de se calcular, uma introdução aos conhecimentos de todas

as coisas existentes e de todos os segredos ocultos" [17]

Segundo Danesi, alguns autores ((OLIVASTRO, 1993), *Ancient Puzzles: classic brainteasers and other timeless mathematical games of the last 10 centuries* e (GILLINGS, 1972), *Mathematcs in the time of Pharaohs*) defendem que tal citação endossa a interpretação de que o Papiro de Rhind era um documento meramente didático, uma coleção de exercícios para treinar a exatidão do cálculo com relação a diversos problemas.

Danesi apresenta uma outra interpretação para os papiros egípcios. Para ele esses documentos não são apenas guias didáticos, mas também obras originais com conteúdo relevante para o desenvolvimento da matemática antiga. Segundo Danesi, esses manuscritos possuem muito conteúdo original para serem considerados somente materiais didáticos. Como exemplo é oportuno citar o problema 56 que traz uma intuição bastante inovadora para aquela época a saber: há uma forte relação entre a altura de uma pirâmide, o tamanho e o aclive de suas partes triangulares. O próprio título do manuscrito indica, segundo essa interpretação, que o manuscrito trata de um assunto muito mais misterioso do que meros exercícios escolares: *Directions for attaining knowledge of all dark things* (ver (DANESI, 2002) *Puzzle Instinct* p 7) e (CLAGETT, 1999), *Ancient Egyptian Science: A source book*, p 49 ss, p 60 ss, p 113 ss, p 205 ss).

O Papiro de Rhind não é o mais extenso documento matemático egípcio, mas é o mais variado em assunto e talvez o mais importante, pois contém mais informação sobre a matemática egípcia do que qualquer outro papiro. A primeira seção apresenta uma "tabela de dois" (*table of two*), que, em termos modernos pode ser considerada uma lista de reduções para frações que possuem como denominador o número 2 e como numerador o ímpares entre 1 e 101, com a exceção de 2/3. Esta tabela apresenta uma lista de somas de frações correspondentes que tenham 1 como numerador, ou seja, uma soma de frações de unidade. Por exemplo, a fração 2/7 é expressa como $1/4+1/28$, 2/97 como $1/56+1/679+1/776$ e 2/99 como $1/66+1/198$. Para cada caso há apenas uma composição. Em sequência, uma série de problemas matemáticos dos mais diferentes tipos é apresentada. Os desafios ilustram amplamente as técnicas egípcias para alguns cálculos matemáticos tais como dobrar uma quantidade, tomar 2/3 de um número qualquer, multiplicar um número por 10, multiplicar frações entre si, encontrar valores

[17]((DANESI, 2002), *The puzzle instinct: The meaning of puzzle in human life* p 6)

para incógnitas e calcular áreas e volumes de figuras.

O Papiro de Moscou possui problemas semelhantes àqueles encontrados no Papiro de Rhind contendo exemplos, caoticamente organizados, de muitos enigmas até mesmo idênticos aos encontrados neste documento. Um dos principais desafios do Papiro de Mascou é o problema de número 14 que trata do volume de uma pirâmide. Há também vários problemas acerca de abelhas e grãos que são difíceis de se compreender, mas que não são cruciais para o conhecimento sobre a matemática egípcia (cf. (CLAGETT, 1999), *Ancient Egyptian Science: A source book* pp 16 e 17).

Os enigmas encontrados nos papiros de Rhind e de Moscou são basicamente problemas numéricos que possuem a sua origem nas práticas cotidianas como balanceamento de ração para animais, armazenamento de grãos e cálculos relacionados ao comércio. Muitos desses problemas podem ser solucionados com a aplicação de equações lineares simples. O método empregado pelos egípcios para resolver tais equações ficou conhecido na Europa como regra da falsa posição.

Por exemplo, para resolver

$$x + x/7 = 24$$

Assume-se um valor adequado para x, por exemplo $x = 7$. Daí $x + x/7 = 8$, em vez de 24. Logo o valor correto de x deve ser 3(7), ou seja, 21 (cf. (EVES, 2005), *Introdução à história da matemática* p 75).

No mundo antigo os *puzzles* ou enigmas eram associados à grandes desafios ou eventos. Em termos físicos, os grandes desafios foram materializados em construções conhecidas como labirintos que eram testes de inteligência de cunho arquitetônico. Encontrar a saída de um complexo labirinto era um símbolo não só de esperteza, mas também, metaforicamente falando, do conhecimento verdadeiro e do raciocínio correto. Os exemplos de construções deste tipo na Era Antiga são os labirintos de Amenehet III no Egito, um templo funerário com três mil câmaras e o labirinto construído na ilha de Creta, que serviu de prisão e que talvez tenha existido apenas como parte de um mito. Minos, rei de Creta, ordenou que Dédalo construísse um labirinto para servir de moradia ao Minotauro (monstro metade humano metade búfalo). Todo ano, quatorze jovens atenienses, sete garotas e sete garotos, deveriam ser enviados ao labirinto para servir de alimento ao Minotauro. Tal determinação se deu por conta de uma vingança: o filho de Minos (Androgeu) tinha sido assassinado por atenienses. Atenas estaria condenada a sofrer esta desgraça por longo tempo não fosse o corajoso herói Teseu, filho de Egeu, rei de Atenas. Com ajuda de Ariadne, que por ironia do destino era filha de Minos, Teseu derrotou o Minotauro e salvou sua cidade. Ele conseguiu sair do labirinto graças ao fio deixado por Ariadne e que tinham por finalidade orientar o seu amado. Arqueólogos encontraram recentemente um palácio que era situado em uma cidade de Creta chamada Cnossos. esta cidade provavelmente era o lugar onde ficava o famoso e mítico labirinto.

O enredo acima narrado mostra uma interessante estrutura relacionada aos enigmas tais como eram concebidos na antiguidade. Dada uma injustiça, identificava-se um enigma que deveria ser solucionado com pena de haver constantes punições em caso contrário. Assim o enigma trazia consigo uma situação incômoda, uma tensão, que só seria superada se ele fosse resolvido. Desta forma, o desafio, tal como concebido, tem a seguinte forma: 1) ordem anterior; 2) injustiça praticada contra a ordem; 3) enigma a ser resolvido para expiação da injustiça e por fim 4) Resolução do enigma e restabelecimento da ordem anterior. Anaximandro de Mileto (610 - 547 a.C.), filósofo pré-socrático e discípulo de Tales de Mileto (624-547 a. C.), possui um famoso fragmento que trata justamente da relação entre justiça, injustiça e ordem pré estabelecida:

> "Todas as coisas se dissipam onde tiveram a sua gênese, conforme a necessidade; pois pagam umas às outras castigo e expiação pela injustiça, conforme a determinação do tempo." Anaximandro ((BORNHEIM, 1998), *Os filósofos pré-socráticos*)

Bornheim explica parte do pensamento de Anaximandro da seguinte maneira:

> "Anaximandro recusa-se a ver a origem do real em um elemento particular; todas as coisas são limitadas, e o limitado não pode ser, sem injustiça, a origem das coisas. Do ilimitado surgem inúmeros mundos, e estabelece-se a multiplicidade; a gênese das coisas a partir do ilimitado é explicada através da separação dos contrários (como quente e frio, seco e úmido) em consequência do movimento eterno; ciclicamente, o que está separado volta a integrar-se à unidade primordial, restabelecendo-se a justiça" ((BORNHEIM, 1998), *Os filósofos pré-socráticos*)

O paralelo entre o pensamento de Anaximandro acima e a estrutura clássica dos enigmas mostrada anteriormente é imediata. Define-se assim que a origem de todas as coisas determina e é determinada por um problema, um enigma. Anteriormente foi mostrado que uma das concepções para problema é a existência de alternativas (por exemplo, segundo o pensamento de Aristóteles, ver 1.2), portanto a existência de multiplicidade. O desafio também é explicar a multiplicidade através da unidade e assim superar a injustiça. Dar razões e se adequar a estas razões fazem parte da resolução do problema. Ordem e razão possuem raízes semelhantes, ambas estão ligadas ao conceito grego *logos* que será analisado mais adiante (Capítulo 3).

A estrutura do enigma descrita acima pode também ser observada nas obras clássicas. Nas obras de Homero, Ulisses é tido como um grande solucionador de *puzzles*. No contexto da Ilíada, um dos primeiros problemas apresentado é o de como evitar a guerra entre os povos gregos após a escolha do marido de Helena. Com efeito, Helena é cobiçada por vários líderes. Seus pretendentes possuem, na maioria das vezes, grande poder político.

> "Tíndaro logo percebeu que a rivalidade entre alguns deles estava tão acirrada que seria muito difícil impedir que todos se envolvesse num conflito armado assim que fosse anunciado o nome do escolhido. E não seria coisa pouca: muito sangue correria entre eles, e Tíndaro chegou a temer a sua própria segurança e pela sua família. Aqueles não eram homens comuns, envolvidos em uma situação comum de disputa, que pudesse ser solucionada com boas palavras e com bom-senso: além de serem reis e príncipes, que não estavam acostumados a serem preteridos por ninguém, estavam disputando uma mulher - e bem sabia o velho Tíndaro que, nesse tipo de luta, todo homem se transfigura, e mesmo o mais sábio entre eles esquece a razão, as leis e os costumes" ((MORENO, 2008), *Tróia: O romance de uma guerra* p 80)

Dada uma disputa com as características descritas acima a injustiça torna-se iminente. Manter a justiça após esta disputa é um desafio. A ordem está prestes a ser desfeita. Neste contexto surge a figura de Ulisses que após reflexão consegue ver a solução para o enigma:

> "Ulisses então o instruiu a exigir dos pretendentes um juramento solene que os amarraria num pacto indissolúvel. Agora, enquanto ainda imaginavam ter

> iguais oportunidades na disputa por Helena, todos deveriam jurar que ajudariam aquele que fosse escolhido a defender-se de qualquer rival que viesse ameaçar seu matrimônio. E que estivessem prontos, a qualquer tempo, a correr em auxílio do futuro marido de Helena, no caso nada improvável de alguém tentar roubar-lhe a sua esposa. Ele próprio, Ulisses, prontificou-se também a prestar o juramento, para que ninguém suspeitasse de que ele era o autor da ideia, e sugeriu a Tíndaro que pedisse o mesmo a Agamênon: ele agora estava casado com Climnestra, e por isso não tinha se apresentado à disputa, mas nada impedia que, no futuro, ele pudesse repudiar a sua esposa e viesse a apaixonar-se por Helena" ((MORENO, 2008), *Troia: O romance de uma guerra* pp 80 e 81)

Não basta porém enxergar a solução, é necessário trazê-la ao ser, ou seja, aplicá-la. Neste caso a solução teórica não é o bastante. Ela tem que ser colocada em prática.

Escolher um dentre tantos iguais é também uma injustiça. O esperto Ulisses resolve vários problemas com a sua sugestão. O exemplo deste tipo de saída para problemas de cunho político foi importante para a teoria da justiça na era Moderna. Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), por exemplo, defende que a lei civil, para ser justa, deve ser concebida entre iguais e em uma situação de igualdade. O mesmo vale para a teoria da justiça de John Rawls (1921-2002) (que acrescenta uma igualdade de condição epistêmica acerca de um aspecto do futuro).

No exemplo acima, Ulisses resolve não só o problema da escolha do marido de Helena (sem que tal escolha resulte em uma guerra entre os povos gregos). Ele também propõe, antes de dar a solução que haja favorecimento a ele na escolha do marido de Penélope. Assim, a sugestão de Ulisses é condicionada de modo que ele também possa ter vantagem. Ulisses se apresenta como pretendente de Helena, porém sabe que tem poucas chances por não ser tão poderoso quanto os demais. Portanto, pensa em casar-se com Penélope e para assegurar-se disso, troca a sua solução pelo matrimônio com Penélope. Nota-se ainda que o problema citado nos remete a teoria dos jogos. Ulisses encontra uma espécie de *equilíbrio de Nash* para o problema citado.

Existem muitos outros desafios e exemplos de problemas nas narrativas homérica. Todavia, como o objetivo desta seção é fazer um histórico dos desafios e problemas em geral o exemplo acima, por enquanto, será suficiente.

Marcel Danesi em *The puzzle instinct: The meaning of puzzle in human life* (DANESI, 2002) trata de questões sobre a relação entre desafios e a natureza humana e de questões sobre a estrutura metafísica para tais problemas.

> "Por que as pessoas, desde os tempos imemoriais tem sido tão fascinadas por enigmas tão triviais, que, no entanto, exigem tempo e esforço mental substancial para serem resolvidos, por nenhuma recompensa maior do que a simples satisfação de resolvê-los? Há um *instinto-enigma* na espécie humana, desenvolvido e refinado por forças da seleção natural para suprir alguma função de sobrevivência? Ou este amor instintivo por enigmas é o produto de alguma força metafísica que arde no fundo da psique, impelindo pessoas a se comportar de modo a desafiar a explanação racional? [18]

Apesar da continuidade histórica do interesse pelos enigmas, os estudos teóricos que abordam esse conceito ainda são escassos. Poucas referências podem ser encontradas. As questões levantadas por Danesi são extremamente importantes para muitos campos do conhecimento humano e devem ser levadas em conta principalmente no âmbito filosófico. Todavia, tais questões tratam também de aspectos antropológicos que não interessam para os propósitos da presente tese. O conceito de cultura é fundamental em perguntas que envolvam a natureza humana, tal como as perguntas levantadas por Danesi. Dessa forma, não estamos interessados em tratar mais profundamente as questões acima. Apenas observamos que o estudo aqui presente pode ser interessante não só para os campos da matemática e da filosofia, mas também das ciências naturais e humanas. Contudo observa-se uma inconsistência entre o grau de importância dos enigmas para as várias áreas do conhecimento e a quantidade de material que trata os enigmas do ponto de vista teórico. O que podemos constatar é que os documentos históricos indicam um forte interesse em tornar perene alguns enigmas considerados importantes, mas não há nesses documentos qualquer apresentação de uma reflexão sobre as estruturas formais que permitem a composição de enigmas em geral. Como exemplo da escassez observada acerca dos estudos teóricos sobre os *puzzles* basta considerar que Will Shortz, editor da seção de palavras cruzadas e enigmas do *New York Times* e da *Games Magazine* é a única pessoa do mundo graduada em curso de nível superior em enigmatologia (*enigmatology*, ou seja, o estudo sistemático que relaciona enigmas (*puzzles*) e a cultura)

[18] (DANESI, 2002), *The puzzle instinct - The meaning of puzzle in human life*, prefácio.

((DANESI, 2002), *The puzzle instinct - The meaning of puzzle in human life*, prefácio).

As origens dos enigmas (*puzzles*) coincide com a origem das seitas secretas e da tomada de consciência acerca dos "mistérios". Há no ser humano algo que o impele a valorizar o que é misterioso. Existe uma quantidade enorme de histórias envolvendo suspense, horror e investigação na literatura universal. O sobrenatural ou aquilo que causa surpresa, espanto e admiração permeia a vida do homem e muitas vezes serve de guia para suas condutas. Os livros com histórias de terror começaram a se popularizar no fim da era moderna. Uma das primeiras referências sobre este gênero literário é o escritor Horace Walpole (1717-1797). Seu livro *The castle of Otranto* (1764) é considerado o primeiro livro de terror da história da literatura moderna. Já as histórias de detetive têm como marco inicial o livro *The murders in the rue Morgue* escrito por Edgar Alan Poe em 1841. Antes destes escritores as pessoas satisfaziam o seu desejo pelo mistério através das histórias sobre anjos e os santos da igreja (era medieval) ou ainda, na Grécia antiga, com os impressionantes enredos escritos por Ésquilo (525-456 a.C.), Sófocles (c. 496-406 a.C.) e Eurípedes (c. 480-406 a.C.) que contavam as façanhas de heróis e heroínas, deuses e deusas. Alguns estudiosos acreditam que o drama, como gênero literário, foi se desenvolvendo a partir dos rituais sagrados relacionados à seitas secretas ((MISHLOVE, 1993), *The roots of consciousness* e (ROZIK, 2002), *The Roots of Theatre - Rethinking Ritual and Other Theories of Origin*). Alguns desses rituais contou com a ilustre presença de importantes filósofos tais como Pitágoras (c. 582-c. 500 a.C.) e Platão (c. 428-c.347 a.C.). Para Manly P. Hall ((HALL, 1973), *The Secret Teachings of All Ages*) tais cerimônias tinham como questão central o mistério da existência humana.

Em tais contextos percebe-se um clima de suspense, desconforto e tensão que clama por resolução, tranquilidade e retorno à ordem anterior. Platão e Aristóteles usaram o termo *catarse* para se referir à essa sensação de conforto emocional. Catarse significa a libertação do que é estranho à essência ou à natureza de uma coisa e que, por isso, a perturba ou a corrompe. Inicialmente foi empregado na medicina como sinônimo de "purgação". Para Platão catarse é "a discriminação que conserva o melhor e rejeita o pior" ((PLATO,), *Sofista* 226d). Em uma outra passagem Platão faz referências aos livros de Museu e Orfeu onde se encontram concepções que ligam a catarse à absolvição dos atos injustos. Neste caso, os adeptos das seitas religiosas celebram sacrifícios persuadindo cidadãos e cidades inteiras de que existem absolvições dos atos injustos, por meio de sacrifícios e jogos aprazíveis, tanto para os vivos quanto para os mortos ((PLATO, 1965), *República* 365a-c).

Um dos poemas de Empédocles recebeu o título Purificações que é uma variação para o termo catarse. Esse texto é precisamente de influência órfica e apresenta uma cosmogonia que interpreta o universo como sendo "administrado" ciclicamente por duas forças: o amor e o ódio. Em Platão o termo catarse tem acepção moral e metafísica. em primeiro lugar ele designa a separação e a libertação da alma com relação aos prazeres ((PLATO, 1972), *Fédon*, 67a, 69c); em segundo lugar, a separação e a libertação da alma com relação ao corpo como um todo (idem, 67c). Plotino reafirma este último aspecto; para ele a alma pode purificar-se dos desejos e de todas as outras emoções, nesse sentido a alma se separa do corpo recolhendo-se a si mesma e, desta forma, torna-se impassível.

> Pois bem, a alma pode separar-se do corpo concentrando-se em si mesma, talvez incluindo junto o que chamaríamos de seus "compartimentos" e também mantendo-se totalmente impassível e procurando obter apenas as sensações prazerosas, os remédios e as desonerações de trabalho necessários para evitar o desconforto; eliminando, por outro lado, as dores e, se isso não for possível, sobrelevando-as suavemente e amortecendo-as se há falha em compartilhá-las.[19]

Plotino cita a concentração como parte desse processo. Estar concentrado e procurar sensações tranquilizadoras são meios para se atingir a purificação da alma. Pode-se observar aqui uma construção argumentativa do seguinte tipo: os jogos, enigmas e desafios proporcionariam um espaço para a reflexão, para a concentração e o para o *afastamento* do mundo; ao tentar solucionar um enigma o agente volta sua atenção ao próprio pensamento e os demais acontecimentos a sua volta praticamente deixam de existir, pois estes não são mais percebidos conscientemente; desta forma, tanto os "jogos aprazíveis" a que se referia Platão quanto a concentração em um determinado problema ou desafio são meios para se fazer a separação purificadora e pacificadora da alma em relação ao corpo.

O termo catarse foi amplamente utilizado por Aristóteles, principalmente com o seu significado médico. Nas suas obras sobre história natural o termo é aplicado como

[19](PLOTINO, 1998), *Eneadas* I, 2, 5.

purificação ou purgação. Há também um uso estético e feito de maneira original por Aristóteles. Neste caso a catarse é um fenômeno estético e é entendida como libertação e serenidade que a poesia, o drama e a música provocam no ser humano.

> "É pois a tragédia imitação de uma ação de caráter elevado, completa e de certa extensão, em linguagem ornamentada e com várias espécies de ornamentos distribuídas pelas diversas partes [do drama], [imitação que se efetua] não por narrativa, mas mediante atores, e que suscitando "terror e a piedade, tem por efeito a purificação dessas emoções" "((ARISTOTLE, 1972), *Poética*, 1449b)

Aristóteles examina todos os elementos da tragédia, porém sem se demorar no conceito de catarse, que é usado em seu sentido geral de serenidade e calma (cf. (ABBAGNANO, 2000), *Dicionário de filosofia*). Os desafios e enigmas são tensões a serem resolvidas. Nesse sentido, a busca humana por respostas nada mais seria do que o desejo de uma espécie de catarse.

Há, entre os antigos, além de elementos místicos e religiosos, elementos didáticos e de interesse científico envolvendo os enigmas da Grécia clássica. Vários conceitos matemáticos se desenvolveram graças aos enigmas e às influências dos simbolismos numerológicos. Assim, pode-se fazer um esboço do início da matemática como conhecimento organizado a partir, tanto da religião (como no caso dos pitagóricos) quanto dos diversos simbolismos numéricos relacionados. Tomemos, por exemplo, o caráter religioso do conhecimento matemático entre os pitagóricos. Sabe-se que havia certas regras rígidas acerca da divulgação dos conhecimentos (ou informações) compartilhados pelos seguidores de Pitágoras. Em alguns casos, o desrespeito às regras eram punidos com a pena de morte. Tal comportamento incentivou a mistificação destes conhecimentos. Cidadãos comuns apenas podiam imaginar quais os mistérios que eram guardados pelos iniciados. Diz a lenda que Pitágoras se dizia um escolhido dos deuses, assim como os antigos poetas, para receber os mistérios e compreender a resolução de alguns enigmas da natureza ou as leis do cosmos. O cosmo pode ser compreendido como mundo enquanto ordem ou mundo organizado (cf. PLATO. Górgias. 508a)). De acordo com Diógenes Laércio, os pitagóricos foram os primeiros a chamarem o mundo de cosmo. Este conceito só pode ser compreendido a partir de uma ideia anterior de ordem (no sentido de organização). O cosmo não é apenas a totalidade dos objetos do universo, mas essa totalidade com um *logos* ordenador, ou seja, não é apenas o universo, mas o universo ordenado (a boa matriz ou *good array*).

Sabe-se que a demonstração do famoso teorema de Pitágoras era um destes conhecimentos que apenas iniciados poderiam acessar. Contudo, este conhecimento parece ser anterior ao pitagorismo. Uma das primeiras demonstrações do teorema de Pitágoras é datada como anterior à ele em mais ou menos seis séculos (1100 a. C.) e pertence a um tratado chinês cujo o título em inglês é *The Arithmetic Classic of Gnomon and the Circular Path of the Heaven* (cf. (YAN; SHIRAN, 1987)). Encontram-se também referências ao teorema de Pitágoras e sua demonstração em lugares onde não seria possível o contato com os pitagóricos, como é o caso do livro *Nove Capítulos sobre a Arte Matemática* (*Nine chapters on the Mathematical Art*, uma breve coleção de enigmas datado de 300 a. C. mais ou menos).

A racionalidade matemática foi o fundamento para pitagorismo. Portanto, a natureza foi tomada como um todo racional. Isso explica o comportamento dos pitagóricos diante da descoberta da irracionalidade de algumas grandezas. A diagonal de um quadrado (que curiosamente é a hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles) não pode ser representada como razão entre números inteiros. O impacto que tal conhecimento pode ter sobre uma teoria que toma a natureza a partir do conhecimento racional é catastrófico. Daí a posição dos pitagóricos de se ocultar tal descoberta. Mais tarde os eleatas trariam a tona os limites que uma matemática fundamentada principalmente em números racionais possuem. Apresentado a partir de uma estrutura enigmática, os paradoxos eleatas são o ponto de partida e de chegada para o debate filosófico sobre a racionalidade do real. No desespero gerado por tais informações, chegou-se, então, ao extremo de se negar o empírico, o dinâmico e quase, talvez, qualquer modificação no próprio espaço.

É famoso o debate travado entre Heráclito e os eleatas. O grande enigma a se resolver por este debate é o de se explicar como é possível haver, ao mesmo tempo, conhecimento verdadeiro e mudança na natureza. Heráclito opta por negar que o conhecimento verdadeiro seja parcial, no sentido em que anula o oposto, ou seja, o falso. Para ele os opostos se apresentam simultaneamente de modo que o discurso sobre a realidade é um discurso onde todas as informações possíveis estão presentes: "Nos mesmos rios entramos e não entramos, somos e não somos" (cf (SOUZA, 1985), *Os filósofos pré-socráticos.*

Coleção: Os pensadores, HERÁCLITO, Alegorias, 24). Ao se falar de um determinado objeto, não há limitações. Os contrários perfazem o todo, já estando contidos no objeto devem portanto estar contidos no discurso sobre o objeto. Não há diferença entre ser e não ser uma vez que a realidade é mudança e que a mudança é a passagem do ser para o não ser. Aqui a surpresa é maximizada, pois tudo que acontece é novo, é um não ser tomando parte no ser. Portanto, como tudo é surpreendente a própria surpresa perde sua notoriedade pois se aplicará a qualquer objeto e em qualquer circunstância. Assim "O sol não apenas, como Heráclito diz, é novo cada dia, mas sempre novo, continuamente" (cf. Aristóteles, Meteorologia, II, 2. 355 a 13 apud (SOUZA, 1985), *Os filósofos pré-socráticos. Coleção: Os pensadores* e (JORDAN, 1990), *Ancient Concepts of Philosophy*).

A solução dos eleatas para o problema acima citado é, primeiramente, conceitual. Ao se negar o movimento, o acesso ao real não será mais empírico, pois as sensações se dão por meio do diferente ou da mudança. Logo o acesso ao real ou verdadeiro é pensado e teórico, portanto intelectual.

Estes filósofos imprimiram uma grande influência sobre o pensamento socrático e platônico. Segundo Jordan, Parmênides foi o primeiro a transformar uma questão filosófica em um enigma filosófico. Este processo é conduzido também por Sócrates. As questões formuladas em seus diálogos são constantemente redimensionadas de modo a se encontrar o que há de enigmático ou desconhecido sobre cada conceito. A teoria da informação relacionada à este tipo de abordagem é inicialmente analisada por Jaakko Hintikka em *Socratical Epistemology* (cf. (HINTIKKA, 2007)).

Sócrates afirmava literalmente que sua metodologia consistia de um processo didático onde o seu interlocutor era levado ao conhecimento de algo que já estava em suas ideias, mas que ele não conseguia acessar. Assim, novamente os enigmas são usados como instrumentos didáticos.

Um pouco mais tarde, a exemplo dos egípcios outras obras contendo coleções de enigmas lógicos e matemáticos são produzidas pelos gregos, principalmente em Alexandria. O matemático e cientista da Sicília, Arquimedes (287-212 a. C.) inventou enigmas matemáticos e lógicos não apenas para buscar verdades sobre o mundo, mas também para despistar alguns desafetos dificultando assim o acesso a certas informações.

Um interessante enigma, atribuído ao Arquimedes, é o conhecido enigma do gado, ou enigma bovino (*cattle problem, problema bovinum ou problema Archimedis*). Este problema trata de uma análise Diofantina[20], ou seja, o estudo de equações polinomiais com soluções inteiras, e caracteriza-se por fornecer um meio, sob certas condições, para se contar o número de gados em um rebanho do Deus Apolo. O enigma foi descoberto por Gotthold Ephraim Lessing em um manuscrito grego que continha um poema de quarenta e quatro estrofes (cf. (ARCHIMEDES, 1897), *The Works of Archimedes*).

Outro conhecido criador de enigmas foi Heron de Alexandria (c.20-c.62 d.C.). Famoso por trabalhos com mecânica, ferramentas e invenções. Heron produziu um conhecido tratado chamado *Arithmetica* e criou vários enigmas matemáticos a partir de raízes quadradas e cúbicas de números.

Na era medieval, as obras sobre enigmas mais significativas eram coletâneas de problemas gregos. Uma das primeiras obras deste tipo foi a Antologia Grega (*Greek Anthology*), uma grande coleção de versos, epigramas, charadas, enigmas e problemas matemáticos atribuída a Metrodorus (c.500-? d.C.), porém sua autoria é duvidosa. O livro possui vários problemas semelhantes aos encontrados no papiro de Rhind e de outras obras antigas, e por isso, trata-se de um curioso documento histórico. O seguinte problema pertence a esta antologia:

"*Eu desejo que meus dois filhos recebam os mil pesos*[21] *que eu possuo, mas a quinta parte que deve ser dada ao filho legítimo tem que exceder em dez à quarta parte do filho ilegítimo*"[22]

Usando as ferramentas algébricas modernas o problema pode ser facilmente resolvido. O caráter admirável acerca deste enigma é "como pessoas no século VI podiam tratar desde tipo de problema?"

[20]Diophantus (c.200-284 d.C.), o famoso matemático de Alexandria, trabalhou com métodos para resolução de equações algébrica tendo grande sucesso em suas pesquisas. Ele também trabalhou com enigmas de cunho matemático-numérico.

[21]Peso é uma moeda grega (*sater* em inglês)

[22](DANESI, 2002), *The puzzle instinct: The meaning of puzzle in human life* p. 11

Um grande nome na história dos enigmas lógicos foi Carlos Magnon (742-814). Por ser obcecado em tentar e resolver problemas deste tipo, acabou contratando o conhecido filósofo inglês Alcuino (735-814) como criador de enigmas e educador da corte. Alcuino foi responsável, a partir disso, por grande parte do projeto educacional do reino franco. Alguns dos problemas criados pelo filósofo para entreter Carlos Magnon foram reunidos em um manual chamado "Problemas para afiar o Jovem"[23] O seguinte problema estava entre os enigmas reunidos no livro:

"Se 100 alqueires de grãos são distribuídos entre 100 pessoas, de tal forma que, cada homem receba 3 alqueires, cada mulher 2 alqueires e cada criança 1/2 alqueires, então qual deve ser o número de homens, mulheres e crianças?"

Este é mais um exemplo de problema que possui sua solução a partir das equações diofantinas. O problema, porém não tem sua origem na idade média sendo conhecido documentos anteriores que o contém. Um dos mais conhecidos é o *Bhakshali Manuscript*, descoberto no nordeste da Índia em 1881.

Entre os séculos VIII e XII de nossa era, houve um impressionante desenvolvimento da matemática, filosofia e ciência pelos a partir da cultura árabe.

Embora indianos, egípcios, babilônios e chineses conhecessem a noção de variável, foi Diophantus quem praticou largamente o uso de símbolos para números desconhecidos. É por isso que ele é considerado "o pai da álgebra". Suas ideias foram desenvolvidas na idade média, primeiramente pelos árabes. Entre esses matemáticos podemos citar Al-Khwarizmi (c780-c850), professor em Bagdá e o astrônomo persa Omar Khayyam. (c1048-1123). Etimologicamente a palavra álgebra vem de Al-jabr, que significa em árabe "reunião". esta palavra se encontra no título de uma obra de Al-Khwarizmi chamada, em inglês, *Calculation By Restoration and Reduction* (em árabe: *Hisab Al-jabr w'almuqabala*).

Algumas importantes coleções de puzzles baseados no trabalho de Alcuíno foram escritos entre os séculos VIII e XII como por exemplo: *The book of ingenuos Devices*, editado pelo inventor Musá ibn Shakir de Bagdá e *The book of precious things in the art of reckoning*

[23] (Problems to Sharpen the Young). O livro foi usado na idade média para treinar crianças, adolescentes e adultos em matemática e na arte do cálculo exato (*accurate reckoning*).

escrito no século IX pelo matemático egípcio Abu Kamil. No século XIII houve uma popularização dessas coletâneas. Uma das que chegaram aos nossos dias foi o Livro escrito por Fibbonacci e publicado em 1202 *The book of Abacus*. O nome verdadeiro de Fibonacci era Leonardo Pisano, mas ele ficou mesmo conhecido pelo seu apelido que é um acrônimo para *figlio Bonacci*, ou seja "filho da família Bonacci". Um outro apelido que ele também usava era Bigollo que significava viajante inapto (*bungling traveler*). Nessa obra Fibonacci introduz o uso da notação indo-arábica entre os Europeus. Um dos problemas que o livro de Fibonacci ajudou a resolver foi o do uso do zero e da compreensão de seu conceito. Um problema que intrigava grande parte dos filósofos de sua era. A origem do símbolo '0' remonta à algum período antes de 600 A. C. na Índia. Todavia, um símbolo para esse conceito existiu em outras partes do mundo antigo em diferentes épocas. Foi Al-Khwarizmi quem introduziu o símbolo '0' chamando-o de *as-sifr* ou "número vazio" (*number emptiness*) e que é uma tradução para a palavra Hindu *sunya* que significa vazio. Alguns filósofos da época argumentavam que, se tal símbolo representa o nada então ele certamente é nada e, portanto, não servirá para coisa alguma. Fibonacci solucionou o dilema ao mostrar que o símbolo tinha uma função prática bem definida no sistema posicional de notação numérica. Os *puzzles* (enigmas) apresentados no livro de Fibonacci requeriam uma forte dose de pensamento intuitivo e não podiam ser solucionados simplesmente com aplicação de inferências exatas e diretas. Um exemplo que mostra esse tipo de *arquitetura da inferência* é o seguinte enigma:

"Uma cobra está no fundo de um poço de 30 metros. A cada dia ela escala 3 metros e escorrega 2. Com essa rotina, em quantos dias a cobra conseguirá chegar ao topo?"

Um outro enigma que aparece na terceira parte do livro tem fortes implicações acerca de certas explicações sobre padrões da natureza. Isso se dá pois, para solucioná-lo, constrói-se uma sequência que ficou conhecida como sequência de Fibonacci. O enigma se chama Enigma do Coelho de Fibonacci (*Fibonacci's Rabbit Puzzle*).

"Um certo homem coloca um par de coelho (um macho e uma fêmea) em uma caixa bem grande. Quantos pares de coelhos podem ser gerados na caixa em um ano se, a cada mês, cada par de coelho gera um novo casal que, do segundo mês em diante, passa a ser fértil também."

Esse simples *puzzle* e a sequência de números que se define a partir dele tem um surpreendente alcance e pode ser identificado em muitos tipos de padrões matemáticos identificados na natureza. A sequência também possui certas características bem interessantes como por exemplo, se o enésimo número da sequência é k, então todo enésimo número depois de k é múltiplo de k.

Existem alguns padrões na natureza que seguem a sequência de Fibonacci como, por exemplo, o número de pétalas de determinadas flores. A questão que se configura a partir dessa constatação é: por que a solução de um simples *puzzle* parece revelar padrões no mundo real?.

Tanto o livro de Alcuino quanto o de Fibonacci passaram a ser amplamente usados na Europa. O uso desses materiais influenciou os matemáticos a aceitarem que os enigmas tinha um grande papel no estudo sistemático da matemática.

A relação entre sequências numéricas, *puzzles* e padrões na natureza nos remete a dois outros nomes na história da matemática. Um deles é Ibn Kallikan (c.1256), que propôs um famoso enigma envolvendo o tabuleiro do xadrez e que tinha como resultado a progressão definida pela expressão 2^n, $n \in \{1, 2, 3, ..., k, ...\}$ e o outro é Jean Baptiste Fourier (1768-1830) que descobriu a ocorrência de uma sequência trigonométrica na estrutura das ondas.

Entre os séculos XV e XVI, inventar enigmas se tornou uma tarefa lucrativa. Pensava-se também, nesse período, que alguns enigmas teriam algum poder oculto e qualidades estéticas secretas como eram os casos dos quadrados mágicos. Durante o século XV e pelos séculos seguintes, com a invenção dos tipos móveis, muitos livros contendo coletâneas de enigmas passaram a ser publicados. Entre os principais autores dessa época que se utilizavam de enigmas para exemplificar ou explicar conceitos teóricos, podemos citar Welshman Robert Recorde (c.1510-1558), Niccoló Fontana Tartaglia (c.1499-1557) e Girolamo Cardano (1501-1576).

Em 1612 um poeta jesuíta francês chamado Claude-Gaspar Bachet de Mézirac (1581-1638) publicou um importante livro contendo uma coletânea de enigmas matemáticos chamado *Problèmes plaisans et délectables qui se font par les nombres* (Problemas Agradáveis e Divertidos que podemos criar com os números). Bachet também traduziu de

Diofanto de Alexandria um livro chamado *Arithmeticorum*. Foi esse o livro que Pierre de Fermat (1601-1665) estava lendo quando enunciou o seu famoso teorema acerca da generalização dos triplos pitagóricos. Na coleção de *puzzles* editada por *Bachet* se encontra a primeira tentativa de classificação de enigmas (enigmas sobre cruzamento de rios, enigmas sobre pesos e medidas, truques com números, etc.). Esse sistema de classificação passou a ser usado por criadores e amantes de enigmas nos períodos subsequentes.

Em 1624 foi publicado uma importante coetânea de enigmas em francês e que mais tarde (1633) foi traduzida para o inglês. Seu autor se chamava Henry van Etten (pseudônimo de Jean Leurechon) (1591-1670) e o título do livro em inglês é *Mathematical Recreations; or, A Collection of Sundries Excellent Problemes out of Ancient and Modern Phylosophers Both Usefull and Recreative*. Esse livro introduziu vários problemas originais. Leurechon também utilizava livremente as obras de seus predecessores, principalmente de Bachet e da *Antologia Grega*. Um pouco depois, em 1647, foi publicado o primeira coleção de enigmas na América. Impresso por Samuel Danforth, um imigrante inglês. A obra era um almanaque e apresentava várias charadas (*riddles*) em versos.

Durante o século XVIII, mais matemáticos passaram a criar mais problemas e enigmas como meio de estimular um interesse mais amplo acerca de novas ideias matemáticas. Euler publicou em 1779 o *enigma dos trinta e seis oficiais* (*The Thirty Six Officers Puzzle*). Nele foram tratadas questões referentes à área da matemática que mais tarde recebeu o nome de análise combinatória. O enigma consiste na seguinte tarefa: arranjar 6 segmentos, consistindo de 6 oficiais, cada um em diferentes graus, em um quadrado 6 X 6 tal que nenhum grau se repita em qualquer linha ou coluna do quadrado. Todavia, o enigma mais famoso sugerido por Euler é o que trata das pontes de Königsberg:

Na cidade de Königsberg é possível cruzar cada uma das sete pontes sobre o rio Pregel, que conecta duas ilhas e a parte central (mainland) sem cruzar qualquer ponte mais de uma vez?

A figura *As pontes de Königsberg* abaixo representa a situação descrita pelo enigma:

Euler demonstrou que é impossível traçar um caminho sobre as pontes sem que se cruze alguma delas pelo menos duas vezes. Sua demonstração parte da seguinte reformulação do problema mostrada na figura *Grafo: As pontes de Königsberg*:

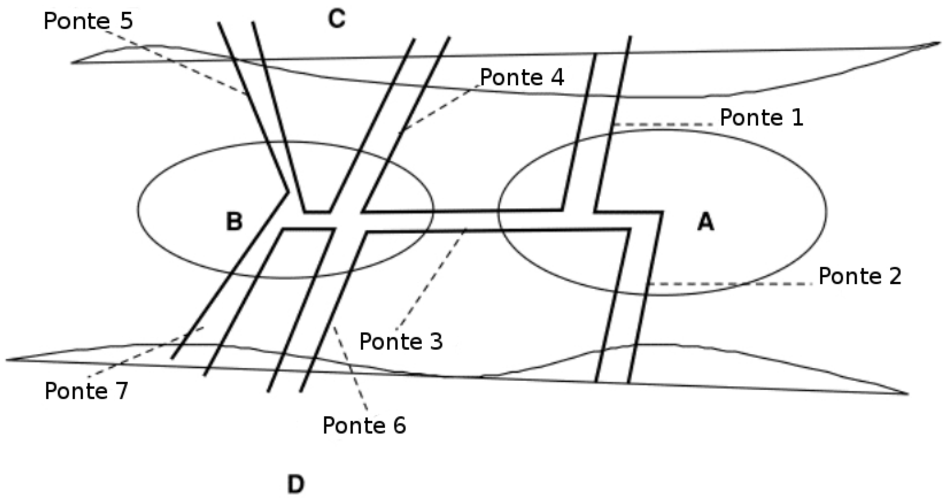

Figura 1.1 - As pontes de Königsberg

É possível desenhar o seguinte grafo sem tirar o lápis do papel e sem cruzar cada ponte mais de uma vez?

O grafo de Euler é apenas uma reconfiguração das informações presentes na descrição do enigma. As regiões terrestres passam a ser representadas como vértices e as pontes como arestas (linhas entre os vértices). Podemos definir nessa estrutura o *ponto par* e o *ponto ímpar*, ou seja, pontos no qual o número de caminhos convergentes é par e ímpar respectivamente.

Euler mostrou que o problema de percorrer todos os vértices de um grafo usando cada aresta apenas uma vez é impossível em grafos conectados em que existam mais de dois pontos ímpares. Como o grafo que corresponde ao enigma da ponte de Königsberg possui quatro pontos ímpares, então sua solução é impossível.

Algumas décadas depois, o estudo aprofundados acerca dessas estruturas levou Euler a fundar um novo e importante campo da matemática denominado *Topologia* e que generaliza o estudo acerca de estruturas espaciais como as definidas no enigma acima. O primeiro importante tratado em topologia foi *Theory of elementary relationships* de 1863 e seu autor se chamava Augustus Möbius (1790-1868). Möbius também foi o inventor de uma interessante e enigmática figura topológica que recebeu o nome de

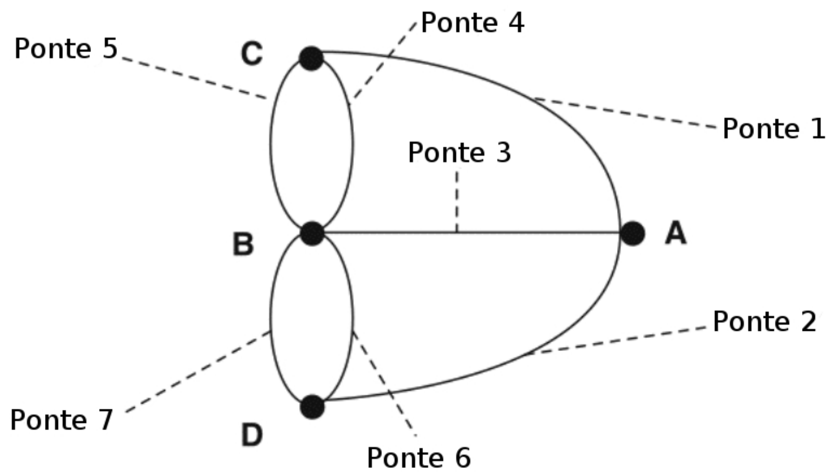

Figura 1.2 - Grafo: As pontes de Königsberg

Möbius Strip.

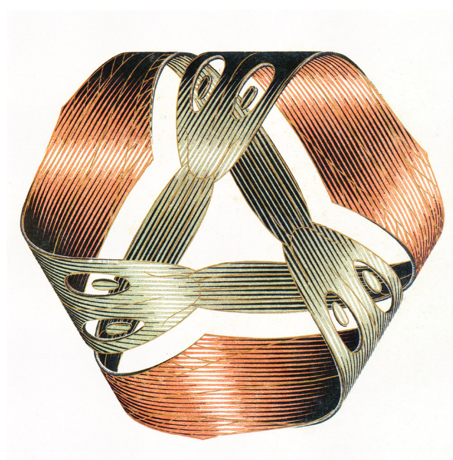

Figura 1.3 - Möbius Strip por M. C. Escher

No século XIX houve um crescente interesse pelos vários ramos da matemática. Houve também um desenvolvimento desses ramos e um crescente interesse pelos problemas que eram definidos em vários desses ramos. Os problemas paradoxais ganhariam um destaque especial ao final do século.

Foi nesse século que um outro importante enigma que envolvia análise combinatória foi proposto. O *Enigma da Escola para Garotas* de Kirkman foi enunciado em 1847. Esse problema tem importantes implicações sobre teoria das matrizes numéricas:

Como se pode arranjar 15 garotas para que andem em 5 linhas de 3 lugares cada por 7 dias de tal forma que nenhuma garota ande com outra garota na mesma tripla mais de uma vez?

Segundo Gardner (ver (GARDNER, 2007), *The Last Recreations: Hydras, Eggs and Other Mathematical Mystifications. New* pp 123-127), a partir de 1922 várias soluções para esse enigma tem sido propostas.

De acordo com Danesi, vários problemas como os vistos anteriormente, propostos por importantes figuras da história da matemática são repositório de ideias e teorias importantes.

> "Por exemplo, o lógico e matemático britânico Augustus De Morgan (1806-1871), que escreveu importantes trabalhos em cálculo e lógica simbólica moderna, produziu uma coleção de *puzzles* verdadeiramente engenhosos intitulado *A Budged of Paradoxes*, no qual ele explorou uma série de teorias matemáticas, ideias e suposições que foram bem discutidas em sua época. [24]

É comum se encontrar pontos de vistas que defendem os textos e coleções de enigmas como sendo um novo gênero literário enquanto que alguns matemático os vêem como uma maneira mais lúdica de se apresentar novas ideias. Muitos autores e filósofos se preocuparam em desenvolver ou invetar enigmas com o mesmo compromisso com que desenvolveram e apresentaram suas mais importantes teorias. O periódico *Ladie's Diary, or Woman's Almanac* refletiu essa nova percepção acerca da importância dos enigmas. Fundado em 1704, consistia inicialmente imagens de mulheres notáveis e artigos sobre educação e saúde. Aos poucos se tornou a primeira revista sobre enigmas da história, preenchendo suas páginas com charadas e enigmas de vários tipos e com o objetivo de prover entretenimento intelectual. A revista fechou suas publicações em 1841.

[24](DANESI, 2002) *The puzzle instinct: The meaning of puzzle in human life*, p 23

Foi o autor inglês Lewis Carroll, pseudônimo de Charles Lutwidge Dodgson, quem transformou os textos sobre enigmas para se tornarem uma arte refinada e acentuadamente literária. Ele criou o primeiro livro de enigmas a partir de histórias com enredos definidos. Publicou *Pillow Problems* em 1880, uma compilação de setenta e dois enigmas dos diversos ramos da matemática. Em 1885 foi publicado *A Tagled Tale*, um conjunto de enigmas originalmente publicados em artigos de uma revista mensal. Contudo, as obras mais famosas de Carroll são *Alice's Adventures in wonderland* de 1865 e *Through the Looking-Glass* de 1871. Ele também trabalhou como teórico da matemática e nessa área publicou *Syllabus of Plane Algebraical Geometry* em 1860 e *Euclides and His Modern Rivals* em 1879. Esses dois trabalhos foram amplamente lidos por diversos matemáticos de sua época. Segundo Danesi, Carroll foi cativado pelo potencial dos enigmas de cultivar um tipo peculiar de pensamento ordenado sobre a mente errática e caprichosa dos seres humanos (cf. (DANESI, 2002), pp 23-24). Em termos mais psicológicos e portanto, não centrais para o trabalho aqui presente, Cohen em (Cohen 1995) escreveu persuasivamente que esse aspecto dos enigmas permitiu a Lewis Carroll "exorcizar", em termos de catarse, suas agonias emocionais (cf. (COHEN, 1996), *Lewis Carroll: A Biography*).

Encontrar a solução ou a demonstração de impossibilidade de alguma solução para um enigma indica uma noção de ordem. Isso provavelmente foi percebido por Carroll. Tal como o escritor inglês de histórias misteriosas P. D. James (n. 1920) indicou em uma entrevista, tanto histórias de mistérios como enigmas estão sustentados sobre algo como a restauração de alguma noção de ordem.

A partir do século XIX, coleções como *Rational Amusements for Winter Evenings* de John Jackson, publicada em 1821 e *The Recreations in Mathematics and Natural Philosophy* de Edward Ridle, publicada em 1840 tornaram-se extremamente populares. Este último é uma revisão de uma coletânea de enigmas organizada por Jacques Ozanam (c. 1640) e ampliada mais tarde por Jean Etienne Montucla (1725-1799).

O famoso enigma das Torres de Hanoi foi inventador pelo francês François Edouard Anatole Lucas (1842-1891). Ele publicou o referido enigma em 1883 sob o pseudônimo de M. Claus de Siam, onde "Claus" é o rearranjo das letras do nome "Lucas". Esse enigma pode ser enunciado do seguinte modo:

Um monastério em Hanoi tem três pinos. Um desses pinos sustenta 64 discos de ouro em ordem descendente de tamanho - o maior deles fica na base. Os monges receberam ordens de Deus para mover todos os discos para o terceiro pino, mantendo-os em ordem decrescente. O maior disco nunca deve ser sobreposto a um disco menor. Todos os três pinos podem ser usados. Quando os monges moverem o último disco o mundo irá acabar. Por que?

No fim do século XIX surgiram alguns importantes profissionais enigmistas (criadores ou solucionadores de enigmas), a saber: Sam Loyd (1841-1911) e Henry Dudeney (1847-1930). Pela inteligência e quantidade de trabalhos publicados, muitos consideram Sam Loyd o maior *enigmista* (*puzzlist*) de todos os tempos. Aparentemente, seu interesse por enigmas e problemas em geral começou nos idos de 1860 quando era editor de problemas do periódico *Chess Monthly*. Em 1878 Loyd publicou uma coletânea de problemas de xadrez intitulado *Chess Strategy*. Durante a vida, Loyd criou mais de dez mil enigmas, muitos dos quais são extremamente desafiadores. Em 1878, ele apresentou um dos seus mais famosos enigmas, conhecido como o "enigma 14-15". O enigma consiste de uma base onde são colocados pequenos quadrados numerados. A base tem 16 espaços e estes são preenchidos por 15 peças. As peças estão arranjadas de forma que as 13 primeiras estão ordenadas enquanto que as peças de números 14 e 15 estão trocadas. O desafio é rearranjar as peças de modo a ordená-las de 1 a 15 sem arrancar as peças fisicamente, ou seja, é permitido apenas deslizar cada peça pelo espaço vazio.

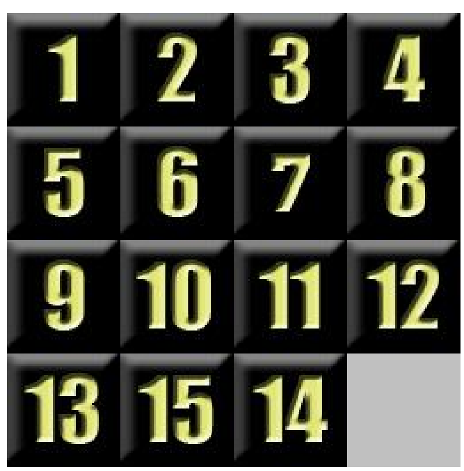

Figura 1.4 - O enigma 14-15

Henry Ernest Dudeney foi a “versão” inglesa de Sam Loyd, especialista na criação de enigmas lógicos e jogos matemáticos. Aprendeu cedo a jogar xadrez e manteve a pratica por toa a vida. Inicialmente usava o pseudônimo “Sphinx” para publicar artigos em periódicos. Muitos desses artigos continham enigmas inéditos. Posteriormente trabalhou em colaboração com Sam Loyd. Em 1890, Dudeney e Loyd publicaram juntos diversos artigos no semanal inglês *Tit-Bits*. Todavia, Dudeney rompeu relações com Sam Loyd ao desconfiar que ele plagiava algumas de suas ideias.

Mais tarde Dudeney publicou artigos assinados com seu nome verdadeiro em periódicos tais como *The Weekly Dispatch, The Queen, Blighty* e a revista *Cassell's Magazine*. Ele também manteve por mais de trinta anos uma famosa coluna em *The Strand Magazine*. Seu principal trabalho é o livro intitulado *Amusements in Mathematics* e publicado em 1917. O livro se trata de uma coletânea de desafios lógicos e matemáticos.

Um interessante enigma que atravessou alguns séculos e ainda não foi solucionado está relacionado ao *manuscrito de Voynich*. Trata-se de um documento preenchido com sequências de símbolos que sugerem um tipo de escrita e ilustrações de botânica e astrologia. Todavia, nenhuma palavra foi identificada. O nome do manuscrito se deve a um livreiro chamado Wilfrid M. Voynich, que o comprou em 1912.

As duas invenções que mais marcaram a história dos enigmas no século XX foram a “palavra cruzada” (1913) e o Cubo de Rubik (1975). Durante esse século apareceram também inúmeras revistas, publicações, associações, campeonatos, ligas e periódicos especializados que tratavam dos mais diversos tipos de enigmas. Entre as principais associações acerca desse tema podemos citar *Association of Game and Puzzle Collectors* [25]

Criada em 1985 e a *Slocum Puzzle Foundation* [26], fundada em 1993. Em relação às revistas e periódicos, alguns são considerados de grande importância, a saber: *Games* (criada em 1977), *The Cryptogram* (criada em 1932) e publicada pela *Americam Cryptogram Association* e *Enigma* (criada em 1883) e publicada pela *National Puzzler's League*.

[25] cf. http://agpc.org/

[26] cf. http://anduin.eldar.org/ problemi/slocum/slocum.html

Martin Gardner

Entre os principais autores que trabalharam com a criação de enigmas no século XX estão Martin Gardner (1914-2012) e Raymond Smullyan (nascido em 1919). Segundo Elwyn Berlekamp e Tom Rodgers no prefácio do livro (GARDNER et al., 1999) *The Mathemagician and Pied Puzzler: A Collection in Tribute to Martin Gardner*, Gardner não teve uma educação formal em matemática, porem essa área do conhecimento foi fundamental em seu trabalho. Seus escritos exibem um extraordinário tratamento de muitos tópicos sofisticados da matemática. Em janeiro de 1957, Gardner estreou uma coluna chamada *Mathematical Game* na famosa revista *Scientific American*. Os interesses de Gardner ultrapassaram, pouco a pouco, os campos tradicionais da matemática tendo escrito também sobre outros tópicos como enigmas mecânicos, os trabalhos de Lewis Carroll, a obras sobre Sherlock Holmes, etc. Ele também desenvolveu interesses em áreas como mágica, truques matemáticos e desmistificação de alguns charlatões (que usavam suas habilidades não para o entretenimento, mas para fazer as pessoas crerem que eles possuíam poderes sobrenaturais, enquanto na realidade praticavam apenas alguns truques). De acordo Dana Richards, em seu artigo *Martin Gardner: "A Documentary"* em (GARDNER et al., 1999), não existe nenhuma bibliografia de Martin Gardner publicada, todavia existem diversos artigos sobra a sua vida. Os dois textos impressos mais antigos de Gardner são datados de 1930, quando ele tinha apenas 16 anos. O primeiro[27] apresenta uma questão à seção *The Oracle* da revista *Science and Invention*. O segundo foi o *New Color Divination* no periódico sobre mágica *The Sphinx*, um mês após o primeiro. Sua carreira de escritor profissional começou em 1946, quando ele vendeu uma pequena comédia à revista *Esquire*. O primeiro livro escrito por Gardner foi *Fads and Fallacies in the Name of Science* publicado em 1952. Por volta de 1955, ele se tornou editor do periódico *Humpty Dumpty's Magazine*. O trabalho de Gardner não pode ser caracterizado como original, pois ele não criou nada novo. Sua tarefa bem sucedida foi a de popularizar o interesse por enigmas, mágica, paradoxos, etc. Ele próprio costumava definir a si mesmo com um jornalista, não como um cientista ou um matemático.

[27] "I have recently read an article on handwriting and forgeries in which it is stated that ink eradicators do not remove ink, but merely bleach it, and that ink so bleached can be easily brought out by a process of ?fuming? known to all handwriting experts. Can you give me a description of this process, what chemicals are used, and how it is performed?" extraído do artigo *Martin Gardner: "A Documentary"* de Dana Richards em (GARDNER et al., 1999), *The Mathemagician and Pied Puzzler: A Collection in Tribute to Martin Gardner*, p 3.

Contudo, Gardner afirma que teve fortes influências de autores como Platão, Kant, G. K. Chesterton, William James, Charles S. Peirce, Miguel de Unamuno, Rudolf Carnap, e H. G. Wells. Martin Gardner publicou mais de cem livros, entre os principais livros escritos por ele, podemos citar: *Mathematics, Magic, and Mystery* (1956), *Logic Machines and Diagrams* (1958), *The Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions* (1959), *Mathematical Puzzles* (1961),*The Second Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions* (1961), *Unexpected Hangings, and Other Mathematical Diversions* (1968), *Mathematical Carnival* (1975), *Mathematical Magic Show* (1977), *Aha! Insight* (1978), *Mathematical Circus* (1979), *Aha! Gotcha: Paradoxes to Puzzle and Delight* (1982), *Baffling Brainteasers* (1983), *Order and Surprise* (1983), *Puzzles from Other Worlds* (1984) e *The Colossal Book of Mathematics: Classic Puzzles, Paradoxes, and Problems* (2001).

Raymond Smullyan

Hoje em dia, Raymond Merrill Smullyan, nascido em 1919, é a referência viva mais importante no que concerne à criação de enigmas. Seguindo o exemplo de Gardner, Raymond também se interessa por diversas áreas do conhecimento dominando várias delas com muita notoriedade como por exemplo: matemática, lógica, mágica e música. Smullyan, assim como o físico Richard Phillips Feynman, nasceu em Rockaway, Nova Iorque. Inicialmente se interessou por música tendo estudado piano. Em 1931 ganhou a medalha de ouro em um concurso promovido pela *New York Music Association*. Pouco tempo depois, teve que suspender seus estudos de piano ao desenvolver uma tendinite. Como consequência, Raymond voltou sua atenção para o estudo de diversas áreas da matemática. Nessa época ele se sustentava fazendo apresentações de mágica. Curiosamente, mesmo sem possuir diplomas, Smullyan foi indicado para lecionar no *Dartmouth College*. Isso aconteceu, em parte, por causa dos brilhantes artigos que já havia escrito e publicado em lógica matemática. Em 1959 Raymond finalizou seu doutorado em Princeton.

O primeiro contato de Smullyan com enigmas lógicos aconteceu quando ele tinha seis anos e foi realizado no dia 1 de abril de 1925 através de uma bricadeira de seu irmão mais velho[28]. Por volta dos 16 anos Smullyan compôs seus primeiros problemas. Inici-

[28]"On 1 April 1925, I was sick in bed ... In the morning my brother Emile (ten years my senior)

almente, ele trabalhou com problemas de xadrez, mais especificamente, dos problemas que exigiam dois movimentos para o xeque-mate. Um interessante tipo de problema foi sugerido a Smullyan nessa época: são os problemas de análise retrógrada de xadrez, ou seja, situações em que, dada alguma configuração de peças, requisita-se a situação anterior. É possível que, nesses casos, a situação anterior faça referência à captura de alguma peça. Esse tipo de problema pode parecer insolúvel e foi justamente por isso que Smullyan se interessou por ele. Entre os livros publicados por Ray, encontram-se vários que tratam de problemas de xadrez, tais como: *The Chess Mysteries of the Sherlock Holmes* (New York, 1979) e *The Chess Mysteries of the Arabian Knights* (New York, 1981).

Um dos professores de Smullyan na década de 50 em Chicago foi Rudolf Carnap. Foi Carnap que recomendou Smullyan para um posto de matemática no *Dartmouth College*. Em 1957 Smullyan publicou *Languages in which self reference is possible* no *Journal of Symbolic Logic*. O artigo trata de um sistema semântico $\boldsymbol{S}$ forte o suficiente para que dado qualquer conjunto W definível em $\boldsymbol{S}$, exista uma sentença X que é verdadeira em $\boldsymbol{S}$ sse é um elemento de W. A sentença X, denominada de sentença *Tarski* para W, diz que ela própria está em W (em sentido puramente extensional). No ano seguinte foi publicado *Undecidability and recursive inseparability*. O artigo contém dois resultados de indecidibilidade na aritmética, um deles sugerido por Bernays. Nessa época Smullyan estava em Princeton trabalhando em seu doutorado sob a orientação de Alonzo Church.

Entre 1958 e 1961 Smullyan publicou diversos artigos matemáticos. Em 1960 apareceu *Exact separation of recursively enumerable sets within theories* escrito em parceria com Hilary Putnam. Nesse mesmo ano Raymond publicou *Theories with effectively inseparable nuclei* e em 1961 *Extended canonical systems; Elementary formal systems; and Monadic elementary formal systems*.

Raymond Smullyan possui uma grande quantidade de livros publicados. Como autor, seus interesses se concentram principalmente em lógica e enigmas. Dentre as suas obras é oportuno citar: *Extended canonical systems; Elementary formal systems; and Monadic*

came into my bedroom and said: "Well, Raymond, today is April Fool's Day, and I will fool you as you have never been fooled before!"I waited all day for him to fool me, but he didn't." (RAYMOND, 1978), *What is the Name of This Book?* p 3 *elementary formal systems* (1985), *This Book Needs No Title: A Budget of Living Paradoxes* (1986), *What is the Name of This Book? The Riddle of Dracula and Other Logical Puzzles* (1990), *Lady or the Tiger? And Other Logic Puzzles Including a Mathematical Novel That Features Godel's Great Discovery* (1992), *The Riddle of Scheherazade* (1998) entre outros.

Dada a escassez de textos impressos acerca da vida desse autor utilizamos, como referência sobre a vida de Raymond Smullyan, o seguinte site:

`http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Smullyan.html`

Analisando historicamente as obras que de alguma forma tratam de enigmas como tema central, conclui-se que não há registros históricos de documentos (livros ou artigos) que façam ou apresentem uma teoria dos enigmas. Não se encontra também, qualquer análise aprofundada dos principais aspectos que caracterizam o conceito de enigma. Os documentos encontrados são principalmente coletâneas de problemas e desafios lógicos ou matemáticos. Algumas vezes há uma certa preocupação com a heurística ou com a análise aprofundada de um certo enigma, mas em nenhum caso se verifica a análise aprofundada do conceito de enigma, ou seja, não encontramos nenhum interesse no tratamento das seguintes questões: por que alguns contextos são considerados enigmáticos e outros não? O que é um enigma? O que faz um enigma ser mais importante do que outro?

1.3 As ideias e o projeto de Jaakko Hintikka

Esta seção é uma apresentação de algumas ideias contidas no artigo *True and false logic of scientific discovery* (HINTIKKA, 1985) e no livro (HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology* de Jaakko Hintikka. No artigo encontram-se uma apresentação e uma discussão sobre posições concorrentes em relação à lógica da descoberta científica e no livro são apresentadas sugestões para se revisar a epistemologia tradicional a partir de uma abordagem que tem por base a teoria da informação e a lógica.

Começaremos esta seção pela análise do artigo. A palavra "lógica" constante no título deve ser considerada de modo sério e rigoroso tal como sendo um tipo de lógica tarskiana. Há também, nesse artigo, referências à estruturas que devem ser pensadas com base na teoria de conjuntos, estudada em termos de lógica matemática e em fundamentos de matemática bem como também na teoria de modelos. O propósito desse artigo é mostrar que parte da pesquisa que visa a definição de uma lógica da descoberta científica pode ser tratada pela teoria dos enigmas ou da surpresa.

Há vários discursos que defendem a impossibilidade de uma lógica da descoberta científica. Alguns destes discursos tentam se fundamentar na hipótese de que não é possível se obter um processo mecânico que trata das "descobertas ou adivinhações fortuitas ou por sorte" (*luck guesses*).

Hintikka argumenta, contra os adeptos da posição de que uma lógica da descoberta não tem sentido. Apesar da hipótese do argumento acima estar correta a conclusão pretendida não se segue. Para se mostrar isso, basta ver o caso da própria lógica formal tradicional. Não há, para a grande maioria de lógicas interessantes, um processo mecânico que forneça provas de teoremas e isso não impede que essas lógicas existam ou sejam estudadas. Portanto, se o argumento anterior sobre a lógica da descoberta valesse, então teríamos que aceitar o mesmo argumento sobre a intratabilidade da lógica tradicional.

Um importante conceito presente no estudo da teoria da descoberta científica é o de estrutura. Uma das principais referências a este respeito é o famoso livro de Thomas Kuhn (1922-1996) *The structure of scientific revolutions* (KUHN, 1970). É oportuno citar ainda outros importantes trabalhos sobre esse temas tais como (KUHN, 1977) *The Essential Tension: Selected Studies in Scientific Tradition and Change*, (GUTTING, 1980) *Paradigms and Revolutions: Applications and Appraisals of Science* e (HACKING, 1981) *Scientific Revolutions*. Para Thomas Kuhn as revoluções científicas não obedecem normas lógicas uma vez que há mudança de paradigma e por conseguinte uma inteira mudança na tradição e nas regras de pesquisas. Segundo Hintikka, os primeiros filósofos a tomarem seriamente as ideias teóricas de Kuhn foram Joseph D. Sneed e Wolfgang Stegmüller (1923-1991) que construíram modelos formais baseados em certos conceitos da teoria de conjuntos (*set-theoretic models*). Portanto, as ideias desses filósofos a respeito desse assunto podem ser classificadas como pertencentes à *escola estruturalista*. A grande transformação que o estruturalismo engendra na filosofia da ciência no século XX é a substituição da visão proposicional (*statment view*) pela visão estruturalista (*sc-*

tructuralist view). No primeiro caso, teorias são definidas como conjuntos de sentenças (statments) enquanto no segundo as teorias são caracterizadas pelo conjunto de seus modelos. Todavia, um conjunto de sentenças define um conjunto de modelos a saber: os modelos que verificam essas sentenças. Assim, aparentemente, as duas maneiras de se considerar as teorias são equivalentes. Se um cientista quiser fazer uso de alguns modelos específicos e aceitar apenas tais modelos com o propósito de verificar algumas hipóteses poderá observar que a visão estruturalista condiz mais com sua tarefa. Por outro lado, a visão proposicional permite, por conta da propriedade de certas proposições, uma visão parcial dos modelos (incluindo-se certos aspectos da estrutura destes modelos). Por exemplo: $X \to Y$ sse $M(X) \subseteq M(Y)$. Portanto, a visão proposicional é compatível com a ideia de que as teorias podem ser caracterizadas em termos dos seus modelos.

Hintikka usa um argumento muito parecido com o que Karl Popper (1902-1994) usou em um artigo de 1948 para justificar uma recusa pelo tratamento lógico da descoberta científica por meio da visão proposicional (cf. (POPPER, 1948) *On the theory of deduction. (part i e part ii)*). Como pode ser constatado, tanto o argumento de Hintikka quanto o de Popper podem ser considerados inválidos. No segundo caso, a lógica em questão tem características paraconsistente e foi recusada por parecer fraca demais, porém, hoje é possível constatar que o fato de Popper não ter desenvolvido suas pesquisas nesta área que foi um erro dado as possíbilidades e o potencial expressivo de tais lógicas (BUENO-SOLER; GORSKY, 2006), *Karl Popper e a paraconsistência*. Já em relação ao argumento de Hintikka, não se pode ao certo saber se a lógica referida é a mesma que a do artigo citado de Karl Popper. A descrição apenas sugere que é a lógica derivada da visão proposicional acerca da descoberta científica.

> "Se existe uma fraqueza real na assim chamada visão sentencial, ela não está relacionada com as sentenças, mas essas tais propriedades da sentença que foram tratadas são poucas, distantes e insuficientemente fundadas nas considerações modelo-teoréticas. Uma dessas restrições foi a identificação de uma teoria científica com um sistema dedutivo. Em resumo, a lógica da ciência do ponto de vista sentencial está errada, não por causa do papel das sentenças, mas porque a lógica que essa visão pressupôs era muito pobre."[29]

[29](HINTIKKA, 1985), *True and false logic of scientific discovery*, p. 5

A questão, então, passa a ser sobre a possibilidade de se encontrar lógicas mais fortes ou expressivas e que consigam descrever logicamente o processo de descoberta científica. A esta questão, alguns estruturalistas darão respostas radicais propondo usar toda a força de uma irrestrita teoria de conjuntos. Esta estratégia é altamente questionável, pois não há ainda um entendimento apropriado sobre a estrutura da teoria de conjuntos como um todo. Desta forma, seria razoável concluir que o estruturalismo clássico falha na tentativa de fornecer uma resposta à seguinte questão: Qual a verdadeira lógica da teorização científica? Para esse contexto, mesmo a resposta dada por Popper não é boa o bastante, pois não há, com base em suas propostas uma lógica[30] da descoberta científica. Para Hintikka, Popper possui uma visão simplista sobre este problema, pois conclui, a partir da premissa de que probabilidade e informação são inversamente proporcionais, que deve-se sempre optar por hipóteses improváveis [31]. Todavia, essa proposta não leva em consideração uma importante caracterização das probabilidades em dois tipos: a probabilidade a priori e a probabilidade a posteriori. A medida de informação que orientará o tipo de hipótese que deve ser levada em conta deve ser aquela baseada na probabilidade a posteriori. Logo, um melhor candidato para o papel de índice de alta informatividade é a *informação absoluta esperada*[32] de uma hipótese. Conclui-se disso que a tese de Popper não é geralmente válida. Com efeito, dada uma distribuição de probabilidade a priori apropriada, então um alto índice de probabilidade a posteriori e um alto índice de informação absoluta esperada podem aparecer juntos (cf. Hintikka, J. e Pietarinen, J. *Semantic information and inductive logic* (HINTIKKA J. E PIETARINEN, 1966)).

Segundo Hintikka, a proposta de uma lógica das questões e respostas tem base nas ideias presentes no célebre prefácio da segunda edição da Crítica da Razão Pura (B xiii).

> "razão "não deve permitir-se estar trancafiada, como estava, às rédeas da natureza, mas deve ela mesma, apresentar o caminho com os princípios de julgamento baseados sobre as leis fixas, requisitando a natureza a responder às

[30] No sentido literal ou tarskiano de lógica

[31] Mais adiante será apresentada algumas noções da teoria da informação que explica esta ideia (ver 3).

[32] *expected absolute information*

> questões que a própria razão determina"" [33]

Todavia, autores clássicos já defendiam a importância do questionamento para o processo de investigação científica.

> "Posso arriscar de longe que não sou o primeiro filósofo a defender a onipresença do questionamento em nossas buscas por conhecimento. Aristóteles modelou tanto a sua metodologia quanto a sua lógica em diferentes aspectos do processo de questionamento socrático, ou *elenchus*. Um dos mais conhecidos - embora não seja um dos mais apreciados - representantes tardios de similar visão é R. G. Collingwood, que foi ainda mais longe e afirmou que "toda afirmação que já foi feita por alguém é produzida como resposta a alguma pergunta."" [34]

Seguindo a sugestão da citação acima, o desenvolvimento científico se dá pelo conjunto de questões que o investigador ou o agente do conhecimento imputa à natureza. A escolha das questões pelo cientista determina o curso do inquérito de acordo com seus propósitos. Nesta concepção, o cientista é um inquisidor da natureza.

> "Sócrates estava certo. Toda investigação (epistêmica) racional pode ser conceitualizada como um processo de questionamento, com estágios de questões-respostas intercalado com estágios de inferência lógica." [35]

Curiosamente temos aqui um retorno às bases que determinaram o uso do termo "lei" às regras de natureza, pois este termo foi usado por Francis Bacon (1561-1626) (que era um jurista) como analogia às leis da sociedade (e estas são totalmente convencionais). Da mesma forma, os gregos tinham uma concepção semelhante quando pensavam as leis da natureza como reflexo das leis divinas e estas como organizadora da comunidade dos deuses. Para eles a sociedade deveria ser constituída por leis da mesma forma que o cosmos. Assim, a sociedade nada mais era que uma representação da *physis* e do divino, ou seja, daquilo que tinha início ou nascimento e fim e as leis (de acordo com a justiça) conectariam e governariam os três âmbitos da realidade (o humano, o natural

[33]Kant, I. (1787), *Crítica da Razão Pura* apud (HINTIKKA, 1985) *True and false logic of scientific discovery*, p. 7.

[34](Collingwood 1940, p. 23.) apud (HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, cap. 4, p. 83.

[35](HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, p. 83.

e o divino). Os problemas relevantes para esses âmbitos seriam apenas aqueles que tais leis determinariam.

Segundo Hintikka, o livro de Larry Laudan, *Progress and its problems* é o melhor trabalho no qual o método científico é visto como uma busca de informações por questões[36]. De acordo com Laudan, o valor das teorias não pode ser definido em termos de poder explanatório, poder dedutivo, alto grau de confirmação, mas sim como uma atividade caracterizada pela busca de soluções para determinados enigmas. A problemática da determinação dos fundamentos de uma área do conhecimento tal como visto anteriormente se estende por diversos contextos. Na matemática, por exemplo, é possível observar aqueles que a consideram a partir da busca pela solução de problemas e aqueles que a defendem como sendo uma área de definição ou construção de teorias gerais.

Laudan também defende que, considerar a ciência do ponto de vista de uma atividade de busca de soluções para enigmas facilita a compreensão do que há de mais característico sobre definição do conceito de ciência e que, portanto, é imprescindível para a tarefa de determinar o que é ou não é ciência. Essa questão é fundamental em toda filosofia da ciência. Tomar tal perspectiva também implica a definição de ciência de um modo diferente no que concerne à sua metodologia e conteúdo.

> "Serei um dos que sugerirão que uma teoria sofisticada da ciência considerada como uma atividade de resolução de problemas deverá alterar o modo como percebemos tanto as questões gerais de historiografia da ciência quanto os problemas centrais na filosofia e metodologia da ciência. Argumentarei que, se tomarmos seriamente a doutrina de que o propósito da ciência (e da investigação intelectual) é a resolução e clarificação dos problemas, então nós teremos um quadro muito diferente da evolução histórica e da valoração cognitiva da ciência" [37]

Esta posição também está presente no famoso artigo de Bertrand Russell (1872-1970) de 1905, *On Denoting*, mas neste caso se refere ao aspecto lógico das teorias.

> Uma teoria lógica pode ser testada por sua capacidade em lidar com enigmas, e é um bom plano, ao se pensar a lógica, acumular a mente com tantos

[36] *information-seeking by questioning*

[37] (LAUDAN, 1977) *Progress and its Problems: Towards a Theory of Scientific Growth*, p. 12.

> enigmas quanto possíveis, uma vez que estes servem ao mesmo propósito que os experimentos na ciência física. [38]

E, mais adiante, Laudan citado por Hintikka usa o termo *teoria* ficando, portanto, ainda mais próximo da proposta de Russell.

> O primeiro e essencial teste ácido de qualquer teoria é se ela fornece *respostas aceitáveis para questões interessantes*: se, em outra palavras, ela fornece soluções satisfatórias para problemas importantes [39]

A tese de Russell assim como a de Laudan pode ser caracterizada como metateoria ou uma teoria de um nível mais alto, uma vez que são teorias sobre teorias.

Hintikka critica Laudan por não desenvolver e apresentar sistematicamente o porquê desta força que a resolução de problemas possui como fator caracterizador do valor das teorias. Não há também, no trabalho de Laudan, uma apresentação das relações das estruturas lógicas entre a teoria e a metateoria correspondente. É neste sentido que se encontra o projeto de concepção de uma tal lógica da descoberta científica. Como analogia, Hintikka acrescenta que esse projeto é tal como o que foi desenvolvido por J. D. Sneed e Wolfgang Stegmüller com respeito à metateoria da ciência (ou teoria das teorias científicas) de Thomas Kuhn.

> "Nesse espírito, minha ideia é constituir a empreitada científica como um processo inquisitivo (de questionamento), como uma série de questões colocadas à natureza ou algum outra fonte de informação. Há muito a dizer acerca desse modelo (ou conceituação) tanto em um nível filosófico geral como em um nível detalhado mais técnico. Como o meu título indica, eu irei me concentrar em uma questão somente, a saber: a que tipo de "lógica" (em um sentido bastante literal da estrutura lógica envolvida) a abordagem interrogativa leva? O que é, nesse modelo, a verdadeira lógica da investigação científica?"[40]

Por conta disso, é muito importante desenvolver uma pesquisa acerca de uma teoria das perguntas e respostas a partir das indicações dos textos acima e da lógica erotética.

[38](RUSSELL, 1905) *On Denoting*, p. 485.

[39](LAUDAN, 1977) *Progress and its Problems: Toward's a Theory of Scientific Growth*, p. 13 apud (HINTIKKA, 1985) *True and False Logics of Scientific Discovery*, p. 8.

[40](HINTIKKA, 1985) *True and false logic of scientific discovery*, p. 8.

A partir do livro *Socratic Epistemology*, Jaakko Hintikka faz uma análise dos conceitos de crença, conhecimento e informação. O objetivo da apresentação é abordar a teoria dos enigmas a partir da ideia de busca por conhecimentos através do questionamento.

Inicialmente, Hintikka apresenta uma teoria que relaciona informação, crença, conhecimento, probabilidade e tomada de decisão. Esta teoria é caracterizada como uma epistemologia sem conhecimento ou crença e, como um lugar comum da epistemologia contemporânea, onde a busca por conhecimento tem a ver com a busca por uma melhor posição acerca da decisão a ser tomada. Uma das dificuldades para se fazer a ligação entre o conhecimento e a ação é que, para isso é necessário um ponto de vista mais holístico, ou do todo. "Outro fato que complica a conexão entre conhecimento e comportamento - isto é, entre o que eu sei e o que eu faço - é que, em princípio, essa ligação é holística." [41] Portanto o que interessa para tomadas de decisão é a totalidade de conexões de todo o conhecimento do agente. Da mesma forma, para se resolver enigmas é necessário administrar várias informações que formam um cenário complexo. A conexão entre conhecimento e ação, ou tomada de decisão, só pode acontecer a partir de todo conhecimento armazenado e não apenas de um conhecimento específico. Não existem atalhos. Assim, a dicotomia que determina a lógica do conhecimento é a distinção entre dois conjuntos de cenários:

a) Os cenários que são regidos pela totalidade do que se sabe.

b) Os cenários que são compatíveis com a totalidade do conhecimento, e que, portanto, o sujeito deve estar disposto a considera-los em sua tomada de decisão.

Essas classes de cenários podem ser considerados a partir do conceito de "mundos possíveis". Neste caso, a classe de cenários ou de mundos possíveis são linguisticamente assimilados como o conjunto (de cenários ou mundos possíveis) no qual uma certa sentença é verdadeira. Há também a possibilidade de interpretá-las através das categorias *Sinn* e *Bedeutungen* encontradas em Husserl (ver (HUSSERL, 1983), *Ideas Pertaining To A Pure Phenomenology And To A Phenomenological Philosophy I*).

Jaakko Hintikka sugere em seus textos que, para se desenvolver uma epistemologia

[41](HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology* p. 14.

baseada no conceito de informação é preciso considerar uma lógica das perguntas e respostas. Existem vários trabalhos que tem por objetivo dar uma boa formalização de perguntas e questões (ver (KNUTH, 2010), *Toward Question-Asking Machines: The Logic Of Questions and the Inquiry Calculus* e (KUBINSKI, 1980), *An Outline of the Logical Theory of Questions*. Apesar de inicialmente negligenciada, a lógica das questões possui uma grande importância com relação aos seus aspectos computacionais e lógicos. Máquinas são consideradas ferramentas importantes por computarem certas composições lógicas, porém se fossem capazes de formular perguntas relevantes, elas seriam muito mais úteis. Maquinas consideradas inteligentes precisam adquirir informações. Hoje em dia, tais maquinas só podem adquirir informações de maneira passiva, ou seja, com transmissões de dados através de processos externos à maquina. Se as máquinas ou computadores fossem capazes de formular questões da mesma forma e com a mesma eficiência com que computa as expressões da lógica, elas atingiriam um grau ainda superior de inteligência chegando próximo a uma autonomia em relação à aquisição de informações. É nesse sentido que Knuth trata da lógica das questões em seu artigo (ver (KNUTH, 2010), *Toward Question-Asking Machines: The Logic Of Questions and the Inquiry Calculus*). Não é objetivo do presente trabalho desenvolver aprofundadamente o estudo da lógica das questões apesar de entendermos que existe um interessante campo de pesquisa a ser desenvolvido a partir da relação entre a estrutura lógica das questões e o conceito de informação.

Segundo Jaakko Hintikka a lógica tem seu início em Aristóteles como sendo uma arte da razão interrogativa. Essa perspectiva é modelada sobre o elenchus socrático. Segundo o filósofo finlandês os dois Analíticos aristotélicos (primeiros e segundos analíticos) assumem uma estrutura dialética (ou pelo menos interrogativa) para todos os tipos de raciocínios que são apresentados. A teoria original de Aristóteles apresentada nos tópicos tem forte propósito de identificar e desenvolver uma espécie de excelência em jogos interrogativos. Tais jogos são considerados, nesses contextos, o meio para quaisquer tipos de raciocínios (cf. (HINTIKKA, 1999) *Inquiry as Inquiry: A Logic of Scientific Discovery*, p 2).

> "O conjunto disponível de respostas determina parcialmente o conjunto de pressuposições que um inquisidor acessa. Portanto, as questões que alguém pode legitimamente fazer dependerá de fatores tais como o estado da tecnologia expe-

rimental. Logo, é inútil colocar limites em termos lógicos ou puramente conceptuais para as questões de um investigador. Por isso, o problema de demarcação que parecia tão grande para Popper, em menor medida para os positivistas lógicos, não é um problema puramente filosófico. Qualquer resposta completa para ele dependerá do corrente estado das pesquisas científicas."[42]

[42](HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, p. 89.

2 PROBLEMAS, ENIGMAS E DESAFIOS LÓGICOS: ASPECTOS FORMAIS

"Rosencrantz: verdade. E a ambição, tão frágil e ligeira, apenas a sombra de uma sombra."

(Willian Shakespeare. Hamlet, entre 1599 e 1601)

2.1 Heurística

Há muito tempo filósofos e cientistas de diversas áreas vem tentando encontrar um método geral para solucionar os mais diversos tipos de enigmas. Um dos trabalhos mais conhecidos é o livro de Descartes *Discurso do método*. Nessa obra encontramos algumas dicas sobre como tratar problemas de maneira analítica. O método de Descartes possui quatro etapas bem definidas. Primeiramente deve-se dividir o problema em partes mais simples. Depois, ordenar essas partes das mais simples para as mais complexas. Em terceiro lugar, deve-se enumerá-las e, por último, revisar e checar as etapas anteriores. Nessa seção iremos discutir alguns métodos para o tratamento de certos enigmas. Portanto, apresentar-se-á alguns estudos sobre enigmas e paradoxos considerados relevantes para o estudo da estrutura lógica do cenário enigmático (cf. (DESCARTES, 1649), *Discours de la méthode*).

Na seção zero do livro de Michel de Guzmán *Aventuras matemáticas* encontram-se algumas dicas úteis para a análise e solução de problemas lógicos ou matemáticos. Faremos uma pequena descrição e estudo do método apresentado por Guzmán (cf. (GUZMÁN, 1990)).

Segundo Guzmán, deve-se considerar as quatro etapas a seguir enquanto se pretende solucionar um determinado problema:

i) Entender o problema;

ii) Procurar estratégias;

iii) Explorar estratégias e

iv) Extrair o sumo do jogo e da experiência.

O livro de Cálculo de James Stewart também apresenta algumas ideias para o tratamento de problemas matemáticos.

> "Não há regras fáceis e rápidas que irão assegurar o sucesso para o processo de resolução de problemas. Contudo, é possível delinear alguns passos gerais para o processo de resolução de problemas e fornecer alguns princípios que podem ser úteis para solução de certos problemas. Esses passos e princípios são, de fato, a explicitação do senso comum. Eles foram adaptados do livro de George Polya *How To Solve It* (POLYA, 2008). O primeiro passo é ler o problema e ter certeza de que você o entendeu claramente. Faça as seguintes perguntas a si mesmo:
> O que é desconhecido?
> Quais são as quantidades fornecidas?
> Quais são as condições fornecidas?" [1].

Os métodos acima mostram o quanto é possível formalizar estratégias vencedoras para cenários enigmáticos. Talvez não seja possível ir além destes princípios gerais. Todavia, não se pode aceitar que tal impossibilidade se estenda para a constituição de uma lógica dos enigmas. Como já foi dito, tal lógica não tem como pretensão fornecer um algoritmo capaz de determinar, de maneira generalizada, soluções exatas para quaisquer tipos de enigmas, mas sim caracterizar formalmente tudo aquilo que estamos dispostos a chamar de enigma. Uma vez que percebemos que os métodos de solução para enigmas são peças-chave iniciais para a construção de uma lógica que trate do cenário enigmático, devemos analisar um elemento importante do agente que lida com tais métodos. Uma das características necessárias deste agente é a racionalidade.

A racionalidade pode ser concebida como uma ferramenta para produzir e compreender os enigmas. Assim podemos fazer diferentes análises acerca dos problemas de acordo com a ideia subjacente ao conceito de racionalidade.

A racionalidade também é central na teoria dos *puzzles* O *puzzle* deve muitas vezes ser considerado como um problema para um sujeito racional. Como na teoria dos jo-

[1](STEWART, 2001) *Calculus - Early Transcendentals*, p 71

gos onde os participantes ou os jogadores devem ser considerados entes racionais. Às vezes a racionalidade é maximizada. Os sujeitos, nestes casos, devem ser considerados perfeitamente racionais.

Como vimos no Capítulo 1, não existe qualquer estudo que aborde os aspectos lógicos, informacionais ou epistêmicos da noção de enigma. Introduzimos o presente capítulo com uma breve seção acerca da noção de heurística. Não é objetivo da presente tese apresentar um método geral de resolução de problemas. Entretanto, compreende-se aqui que o estudo acerca da resolução de enigmas é importante para ilustrar os principais aspectos e características desses contextos. Apesar de não haver qualquer estudo aprofundado acerca do conceito de enigma, é possível encontrar trabalhos que abordam algumas instâncias importantes destes. Apresentaremos abaixo alguns desses estudos. O propósito dessa apresentação é identificar os aspectos formais que permitem compreender o processo de resolução para determinados contextos enigmáticos. Primeiramente será analisado o *Enigma Lógico mais Difícil do Mundo*. Tal enigma é importante principalmente porque, para solucioná-lo, além da correta administração das informações fornecidas pela sua descrição, é necessário que o agente solucionador conceba perguntas e respostas adequadas ao contexto. O aspecto lógico também desempenha um papel fundamental nesse enigma uma vez que este é analisado a partir de uma concepção clássica da lógica (proposicional e bivalente). Em seguida, é abordado o *Paradoxo do Exame Surpresa*. Escolhemos esse paradoxo, pois além de engendrar uma situação enigmática, esta recai principalmente sobre o conceito de surpresa que é central na estrutura da presente tese. Por fim, discutiremos os *Jogos de Ulam*. A estrutura desses jogos é muito representativa para o estudo da teoria da informação. Percebe-se que a noção de *bit* está fortemente presente em sua formulação bem como a noção de incerteza. Propomos uma classificação para os diferentes Jogos de Ulam a partir dos possíveis algoritmos de respostas do *Responder*. Por fim, apresentamos uma solução original para uma das classes definidas a partir da proposta de classificação das variações do jogo. O principal objetivo do presente capítulo é explicitar a relação entre as informações que definem o contexto enigmático e o processo de inferência lógica que é desenvolvido com o objetivo de se resolver o enigma.

2.2 Aspectos formais de alguns enigmas

2.2.1 O enigma lógico mais difícil do mundo

Esta seção é um breve estudo acerca do Enigma Lógico mais Difícil do Mundo (*The hardest puzzle ever*). Para tanto, serão usadas como referência as obras de Raymond Smullyan (RAYMOND, 1978), George Boolos (BOOLOS, 1996), Rabern & Rabern (RABERN; RABERN, 2008) e Walter Carnielli (CARNIELLI, 2009a). Essas obras discutem, reformulam e apresentam soluções para o enigma que possui o seguinte enunciado:

> "Três deuses (ou gênios infalíveis) A, B, e C são denominados, em alguma ordem, Verus, Falsus e Aleatorius. Verus sempre diz a verdade, Falsus sempre diz falsidades, mas Aleatorius diz verdades ou falsidades de uma forma completamente aleatória. Sua tarefa é determinar as identidades de A, B, e C com três perguntas cujas respostas são do tipo *sim* ou *não*; cada questão deve ser colocada a exatamente um dos deuses. Os deuses entendem a sua língua, mas respondem a todas as questões em sua língua nativa, na qual as palavras para *sim* e *não* são *da* e *ja*, em alguma ordem. Você não sabe qual das palavras significa *sim* ou *não*"[2]

O Enigma Lógico mais Difícil do Mundo foi criado por Raymond Smullyan em 1978 (RAYMOND, 1978). John McCarthy acrescentou uma complicação ao enigma por sugerir os termos *ja* e *da* como possíveis respostas para as questões. É interessante notar que os termos *ja* e *da* significam *sim* nos idiomas alemão e russo respectivamente.

Além do enunciado, Boolos esclarece que são permitidas as seguintes possibilidades:

(a) Mais de uma pergunta pode ser feita a um mesmo deus (ou gênio). Consequentemente, um deus poderá não ser inquirido; (b) As perguntas podem ter conteúdos interdependentes; e (c) As respostas de Aleatorius são análogas ao resultado do sorteio de uma moeda: se o resultado for cara, Aleatorius falará a verdade, se for coroa ele dará uma resposta falsa.

Este é um exemplo clássico de enigma produzido por Raymond Smullyan. Em vários de seu livros temos exemplos de problemas em que uns indivíduos dizem sempre a ver-

[2](RAYMOND, 1978), *What is the Name of This Book?* pp 149-156, (BOOLOS, 1996), *The Hardest Puzzle Ever* e (CARNIELLI, 2009a), *Contrafactuais, contradição e o enigma lógico mais difícil do mundo.*

dade e outros dizem sempre a mentira. As soluções para tais problemas são, na maioria das vezes, um conjunto de perguntas que devem ser feitas a algum dos personagens envolvidos. Como veremos, o enigma lógico mais difícil do mundo possui diversas soluções. Resumiremos aqui as principais ideias dos autores que trabalharam sobre este assunto. O texto de Boolos será o primeiro a ser discutido. Segundo este autor podemos apresentar a seguinte estratégia para resolver o enigma: primeiramente, outros enigmas semelhantes porém mais simples devem ser analisados. Depois, busca-se a solução do enigma mais difícil do mundo combinando as ideias usadas para os enigmas anteriores.

A pergunta que surge como sendo um meta-enigma do enigma estudado é a seguinte: existirá algum desafio mais difícil do que o enigma mais difícil do mundo? Rabern e Rabern (RABERN; RABERN, 2008) foram talvez os primeiros a formularem algo nesta direção. Walter Carnielli (CARNIELLI, 2009a) propõe que tomando as lógicas não-clássicas como a lógica subjacente a estes problemas seria possível obter enigmas ainda mais difíceis. Ambos trabalhos serão discutidos nesta seção.

A solução de Boolos

A solução encontrada por Boolos consiste, praticamente, em decompor o problema principal em suas partes do mesmo modo como defende Descartes em seu *Discurso do Método*. Segundo esta estratégia, a primeira coisa que se deve fazer para que a solução seja encontrada é identificar o deus que não dê respostas randomicamente. Em segundo lugar deve-se descobrir, acerca de um dos deuses não randômicos, se ele fala ou não a verdade. Por fim, uma pergunta é feita a esse mesmo deus identificado como não randômico, e já definido como verdadeiro ou falso, de modo a se obter a solução do enigma.

Antes de resolver o enigma mais difícil do mundo, Boolos propõe outros três enigmas. Estes problemas são relacionados àquele, porém são mais simples de se resolver. As ideias usadas para se resolver os desafios mais simples serão combinadas e usadas para se obter a solução do *enigma mais difícil do mundo*.

Enigma 1

> Três cartas são colocadas sobre uma mesa, dois ases e um valete viradas para

baixo de modo que sua disposição não seja conhecida. Você deve apontar para uma das cartas e fazer uma pergunta cuja a resposta seja sim ou não. Com a resposta você deve ser capaz de descobrir a posição de pelo menos um ás. Alguém é designado para dar respostas de modo que, ao se colocar a mão sobre um ás, a pessoa responda com uma verdade e, ao se colocar a mão sobre um valete, a resposta sim ou não é completamente randômica.

Notemos que a condição (c) dada por Boolos compreende o caso em que randômico diz verdade ou falsidade de maneira aleatória e o Enigma 1 trata o caso em que a resposta randômica está ligada aos termos *sim* e *não*.

Enigma 2

O Enigma 2 é uma variação do enigma mais difícil do mundo. Suponha que seja conhecido o fato de se estar falando com um deus não randômico, ou seja, o deus que fala só a verdade ou o deus que só fala mentiras. Não se sabe a característica exata deste deus, mas apenas que ele não é randômico. Suponha ainda que este deus concorde em dar respostas em português e não mais com 'da' e 'ja'. Por alguma razão o seu objetivo é descobrir se Durshanbe está em Kirghizia ou não. Qual a questão passível de resposta sim ou não deve ser feita ao deus de modo a se determinar, usando sua resposta, se Dushanbe está ou não em Kirghizia?

Enigma 3

Novamente temos uma variação do *enigma mais difícil do mundo*. Suponha que o deus a responder sua pergunta seja o que sempre fala a verdade. Agora, este deus se recusa a dar respostas diferentes de *da* e *ja* que continuam significando *sim* ou *não*, porém você ainda não sabe qual das palavras significa sim e qual significa não. Qual questão passível de resposta *sim* ou *não* deve ser feita a este deus para podermos determinar se Dushanbe está ou não em Kirghizia?

Lema 1. *Solução para o Enigma 1 (BOOLOS, 1996). O seguinte enquadramento é uma solução para o enigma 1: aponte para a carta do meio e faça a seguinte pergunta 'A* *carta à esquerda é um ás?' Se a resposta for sim, então escolha a carta da esquerda; se a resposta for não, então escolha a carta da direita.*

Demonstração. Se a carta do meio for um valente, então tanto a carta à direita quanto a carta à esquerda será um ás e daí a resposta não influenciará na escolha. Se a carta do meio for um ás, então a resposta será verdadeira e portanto vale a escolha de acordo com a resposta. □

Lema 2. *Solução para o enigma 2 (BOOLOS, 1996). Faça a seguinte pergunta: você sempre diz a verdade sse (se, e somente se) Dushanbe está em Kirghizia? Se a resposta for um 'sim', então Dushanbe está em Kirghizia; se for um 'não', então Dushanbe não está em Kirghizia.*

Demonstração. Existem quatro possibilidades de configuração para a situação descrita:

1) O deus fala a verdade e Dushanbe está em Kirghizia;
2) O deus fala a verdade e Dushanbe não está em Kirghizia;
3) O deus não fala a verdade e Dushanbe está em Kirghizia, e
4) O deus não fala a verdade e Dushanbe não está em Kirghizia.

Analisando a semântica usual para a equivalência podemos concluir que as respostas para as configurações 1) e 3) serão um 'sim' e para as 3) e 4) um 'não'. Portanto se Dushanbe está em Kirghizia, o deus responde sim e, portanto, não faz diferença se ele está ou não mentindo. Da mesma forma, se Dushanbe não está em Kirghizia o deus responderá à pergunta com um 'não'. □

Lema 3. *Solução para o enigma 3 (BOOLOS, 1996). Faça a seguinte pergunta ao deus: da significa sim sse Dushanbe está em Kirghizia? Se a resposta for da, então Dushanbe está em Kirghizia; se a resposta for ja então Dushanbe não está em Kirghizia.*

Demonstração. Novamente deve-se analisar quatro possibilidades:

1) *Da* significa *sim* e Dushanbe está em Kirghizia;
2) *Da* significa *sim* e Dushanbe não está em Kirghizia;

3) *Da* significa *não* e Dushanbe está em Kirghizia e
4) *Da* significa *não* e Dushanbe não está em Kirghizia.

No caso de 1) o deus obviamente responde com um *da*. No caso 2), como as duas sentenças da equivalência possuem valores de verdade diferentes e *da* significa *sim*, o deus responde com um *ja*. No caso 3), *da* significa *não* e como a sentença da questão é falsa, o deus usa esta palavra para dar a sua resposta. No caso 4), as duas sentenças da equivalência possuem valores de verdade iguais, ou seja, falso. Desse modo, a proposição questionada é verdadeira e a resposta é um *sim*, que no contexto indicado se refere ao *ja*. Analisando-se os quatro casos temos dois em que o deus responde com um *da* (casos 1) e 3)) e dois que ele responde com um *ja* (casos 4) e 5)), como a resposta do deus é *da* quando Dushanbe está em Kirghizia e *ja* quando Dushanbe não está em Kirghizia, o problema está resolvido. □

Pode-se generalizar o lema 3 com a questão "*da* significa *sim* sse P ?". Onde P é uma proposição qualquer. Quando o deus referido fala apenas a verdade sua resposta será *da* se P for verdadeira e *ja* se P for falsa.

Agora, ao se combinar as soluções dos enigmas acima, é possível obter a solução do *enigma lógico mais difícil do mundo*.

Considere a seguinte questão:

Questão 1. *Da significa sim sse P ?*

onde P é "você fala sempre a verdade sse X"

X é uma proposição qualquer. O deus a ser questionado pode ser tanto o verdadeiro quanto o falso e as condições iniciais são as mesmas, ou seja, não se sabe o significado de *da* e de *ja* com exatidão mas apenas que um significa *sim* e o outro *não*.

Lema 4. *O deus responde a questão 1 com um da sse X é uma proposição verdadeira e com ja sse X é uma proposição falsa.*

Demonstração. Seja D a seguinte proposição "*da* significa *sim*".

Seja S a proposição “você sempre diz a verdade”
Seja X uma proposição qualquer.

A tabela abaixo está de acordo com as configurações do enigma; a coluna R corresponde às respostas dadas pelo deus:

D	S	X	$S \leftrightarrow X$	$D \leftrightarrow (S \leftrightarrow X)$	R
V	V	V	V	V	Da
V	V	F	F	F	Ja
V	F	V	F	F	Da
V	F	F	V	V	Ja
F	V	V	V	F	Da
F	V	F	F	V	Ja
F	F	V	F	V	Da
F	F	F	V	F	Ja

Observando a tabela que apresenta todas as possíveis combinações para o problema conclui-se que o deus responde à questão com *da* quando X é uma proposição verdadeira e com *ja* quando é falsa e, sendo assim, a tabela é uma uma prova para o lema. □

Para resolver o enigma mais difícil do mundo é preciso fazer uso deste último lema.

Questão 2. *“Da significa sim sse, você sempre diz a verdade sse B é o deus randômico?”*

Pergunte para o deus A a questão 1.

Se A sempre diz a verdade ou sempre diz falsidade, então a resposta *da* significa que “B é randômico” é verdadeiro, logo “C não é randômico também é verdadeiro”; se a resposta for *ja*, então “B é randômico é falso” (de acordo com o que foi mostrado pelo lema anterior). O que interessa neste ponto é que a resposta do deus A à questão 1 será:

(1) *da* quando C não for randômico e

(2) *ja* quando B não for randômico.

Se A for randômico, vale os casos (1) e (2) acima, pois, de fato se A é randômico, então (1) é verdadeiro e (2) é verdadeiro, ou seja, B não é randômico e C não é randômico.

Portanto, a questão 1 determinará que um dos deuses B ou C não é randômico.

Questão 3. *"Da significa sim sse um triângulo tem três lados?"*

Essa questão deve ser feita ao deus B ou C que não for randômico (de acordo com a resposta da questão 1). A resposta *da* indica que este deus diz sempre a verdade e a resposta *ja* que sempre diz falsidade. Isto pode ser comprovado pela solução do enigma 3 acima.

Questão 4. *"Da significa sim sse A é o deus randômico?"*

Esta pergunta deve ser feita ao mesmo deus a que foi direcionada a questão 3. deve-se analisar dois casos diferentes: (a) o deus sempre diz a verdade e (b) o deus sempre diz a falsidade

Caso (a): se a resposta à questão 4 for *da*, então A é um deus randômico, caso contrário, ou seja, se a resposta for *ja*, então A não é randômico.

Caso (b): se a resposta à questão 4 for *ja*, então A não é randômico, caso contrário, ou seja, se a resposta for *ja*, então A é randômico.

Suponha que o deus ao qual se deve fazer as pergunta 2 e 3 é o B (o caso para o deus C é análogo).

No caso (a) temos: (i) se a resposta para a questão 4 é *da*, então A é randômico, B sempre diz a verdade e C sempre diz a falsidade; (ii) se a resposta for *ja* então A não é randômico, B sempre diz a verdade e C é randômico. Logo A sempre diz a falsidade.

No caso (b) temos: (i) se a resposta para a questão 4 é *ja*, então A é randômico, B é falso e C é verdadeiro; (ii) se a resposta para a questão 4 é *da*, então A não é randômico, B é falso e C é randômico. Logo A diz sempre a falsidade.

As três questões acima perfazem a solução para o enigma mais difícil do mundo tal como descrito por Boolos (BOOLOS, 1996). Brian Rabern e Landon Rabern questionaram a solução descrita acima. Para eles, Boolos facilitou o enigma ao adicionar a condição (c) em sua descrição. Veremos abaixo como Brian Rabern e Landon Rabern criticaram a solução de Boolos e, em seguida, propuseram um enigma que seria ainda mais difícil do que o enigma mais difícil do mundo.

As soluções de Brian Rabern e Landon Rabern

Uma outra resolução para o *enigma lógico mais difícil do mundo* é apresentada por Brian Rabern e Landon Rabern que também sugerem um enigma ainda mais difícil e que deve ser solucionado com apenas duas perguntas ((RABERN; RABERN, 2008), *A simple solution to the hardest logic puzzle ever*). Segundo esse artigo, nem sempre será o caso que Aleatorius responderá às perguntas às vezes com uma palavra e às vezes com outra. Diante, por exemplo, da seguinte pergunta: "você responderá a esta questão com uma mentira?". Se o funcionamento aleatório deste deus decidir pela verdade, então o *sim* não poderá ser dito, dado que *sim* deverá corresponder a uma mentira. Portanto ele responde com um *não*. Se o comportamento for o de falsidade, Aleatorius também não poderá usar o *sim*, pois segundo a pergunta esta é uma afirmação falsa e Aleatorius estaria dizendo uma verdade, o que não pode acontecer por conta de seu comportamento.

A partir das condições de Boolos, mais especificamente a condição (c), o problema parece ter se tornado mais simples. Esta condição acaba permitindo que Aleatorius nem sempre tenha duas possibilidades de resposta, ou seja, nem sempre Aleatorius será aleatório. Rabern e Rabern propõem que a condição (c) seja modificada para a condição (c*) da seguinte maneira:

(c*) O fato de Aleatorius dizer uma verdade ou não deve ser entendido como dependente de se jogar uma moeda escondida no seu cérebro: se a moeda cai com a cara, ele responde *já*, se coroa, ele responde *da*.

Percebe-se assim que o problema anterior não era o 'enigma lógico mais difícil do mundo' pois o mesmo desafio com a condição (c*) ao invés de (c) é ainda mais difícil.

Todavia, há um pequeno problema na explicação acima. A pergunta formulada é bem interessante, mas o argumento não está muito adequado. Brian Rabern e Landon Rabern encontraram um excelente exemplo de pergunta em que uma de suas respostas resulta em uma antinomia e a outra não. Uma das respostas é dita antinômica, pois pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo ou indefinidamente alternar entre o verdadeiro e o falso. No caso de Aleatorius dizer a falsidade, a resposta *sim* àquela pergunta será verdadeira e falsa ao mesmo tempo. Os deuses, segundo estes autores, escolhem respostas não antinômicas diante de perguntas deste tipo. É como se uma das respostas gerassem o paradoxo do mentiroso e a outra não. A partir desta ideia outras perguntas semelhantes e em alguns casos mais simples podem ser formuladas, tomemos os seguintes casos:

i) Você responderá a esta pergunta com um *não*?

ii) Você responderá a esta pergunta com um *sim*?

Um outro exemplo também bastante interessante é a seguinte questão:

iii) Você só consegue responder *sim* para esta pergunta?

No caso de i), se Aleatorius fala a verdade, então a resposta *sim* é uma mentira. Logo esse deus sempre terá que responder *não* esta questão. Todavia, como ele responde com um *não* a esta questão, para ser coerente com a própria resposta teria então que responder com um *sim* e isto força uma contradição, portanto Aleatorius não pode responder nada neste caso. Se Aleatorius fala mentira, então a resposta *sim* é falsa e será a resposta de Aleatorius. Neste caso sabe-se qual a palavra significa *sim*, pois será a única resposta para esta pergunta, consequentemente deve-se saber qual a palavra que significa *não*.

No caso ii) fazendo um raciocínio análogo chega-se à conclusão de que Aleatorius só poderá responder com *sim* e novamente será possível identificar qual palavra é *sim* e qual palavra é *não*.

No caso iii) temos algo interessante. A determinação de *sim* como sendo a única resposta gera, no caso de Aleatorius falar a verdade, a resposta *sim*. Se Aleatorius fala mentiras então ele não poderá responder com um *sim*. Porém a resposta *não* neste caso será verdadeira e portanto Aleatorius não poderá dizê-la. Brian Rabern e Landon Rabern estão corretos ao afirmarem que Aleatorius nem sempre terá duas respostas a sua disposição se o problema for formulado com (c)? A princípio, a confusão surge pelo não entendimento do enunciado do problema. Deve-se prestar mais atenção sobre as possibilidade de perguntas que podem ser feitas aos deuses. A questão que temos aqui é a seguinte: "podemos fazer uma pergunta a um dos deuses que produza em uma das respostas possíveis uma antinomia e portanto será respondida necessariamente com apenas uma das palavras, não importando se o deus é verdadeiro ou falso ou aleatório?" Contudo, falta a explicação sobre a não possibilidade desse deus escolher uma resposta antinômica ou mesmo não responder à questão.

O enunciado do enigma é bastante nítido sobre este ponto. A pergunta deve ser do tipo *sim* ou *não*, ou seja, deve ser possível responde-la com sim ou com o não. A pergunta formulada por Rabern e Rabern é do tipo *sim* ou do tipo *não* sendo portanto uma pergunta não correspondente à categoria de perguntas permitidas pelo problema.

Há também uma ruptura acerca do número de valores de verdade se a condição (c) for substituída pela condição (c*) e isto não é explicado. Se por acaso for considerada a condição (c*), respostas antinômicas serão dadas, em outras palavras, respostas com um terceiro valor de verdade (nem verdadeiro, nem falso ou verdadeiro e falso ao mesmo tempo). Pode-se argumentar que as questões formuladas por Rabern e Rabern não possuem sentido (no contexto das lógicas clássicas) e por isso não podem ser respondidas. Um exemplo de pergunta sem sentido é a seguinte: "o atual rei da França gosta de torta de chocolate?" Esta pergunta faz referência a uma propriedade de algo que não existe. Tanto a resposta positiva quanto a resposta negativa seria indicativa de algum tipo de propriedade sobre o atual rei da França. Se positiva, então o atual rei da França gosta de torta de chocolate, e, se negativa, então o atual rei da França não gosta de torta de chocolate. Subtende-se que as questões devam ser significativas, ou seja, devem ser questões com sentido. Para que Verus ou Falsus possam proferir respostas, as perguntas devem ser passíveis de resposta *sim* que a verifique ou falsifique e de resposta *não* que também a verifique ou a falsifique. Fazer perguntas que só possuem respostas verdadeiras ou só respostas falsas é excluir a possibilidade de resposta de algum dos deuses. Essa característica faz com que certas perguntas não tenha sentido. Com certeza o argumento envolve ou a semântica subjacente ou a lógica subjacente ou ambos. Se modificarmos a semântica e a lógica subjacente então é possível obter o sentido das questões antes formuladas. É através desta modificação que Walter Carnielli apresenta uma nova versão para o problema citado. Portanto ao alterarem a condição (c) esses autores alteraram juntamente com ela, a lógica subjacente ao problema dado. Tem-se então um problema que envolve uma lógica trivalente (ver (CARNIELLI, 2009a), *Contrafactuais, contradição e o enigma lógico mais difícil do mundo*).

2.2.2 Um problema mais difícil que o problema mais difícil do mundo

Soluções para problemas semelhantes ao enigma lógico mais difícil do mundo envolvem raciocínios com proposições contrafactuais. Isto é explicado por Walter Carnielli em (CARNIELLI, 2009a), *Contrafactuais, contradição e o enigma lógico mais difícil do mundo* e (RABERN; RABERN, 2008), *A simple solution to the hardest logic puzzle ever*. Os condicionais contrafactuais são também denominados conjuntivos e se contrastam muitas vezes com os condicionais denominados "indicativos" ((BRANQUINHO et al., 2006), *Enciclopédia de termos lógico-filosóficos*). Como o próprio nome indica os condicionais contrafactuais são implicações em que o antecedente apresenta uma configuração que não corresponde aos fatos, por exemplo a sentença: "se Bush tivesse perdido a eleição, então Al Gore teria sido presidente dos EUA". Acontece que Bush não perdeu as eleições e portanto o antecedente não pode ser verificado no mundo atual. Como há essa não correspondência do mundo atual ao mundo apresentado no antecedente do condicional contrafactual é preciso fazer usos de dispositivos tais como os mundos possíveis para se ter ideia do significado dessas sentenças. Estes elementos servem, portanto, para a construção uma semântica adequada que definirá o tratamento destes casos. Os contrafactuais foram analisados e estudados principalmente por Carnap, Lewis e Kaplan entre outros.

Pode-se construir questões em que sua forma seja um *condicional contrafactual* tal como apresentado na definição 1.

Definição 1. *Uma questão condicional contrafactual $C?$ feita a um agente a é uma pergunta com a forma "Se eu perguntasse '$Q?$' ao agente a_i, então o agente a_j responderia 'r'"? Onde $C?$ e $Q?$ são perguntas ou testes acerca de proposições, a, a_i e a_j*

agentes e R uma resposta. Os agentes não precisam ser diferentes. A pergunta Q? será denominada pergunta implícita.

A questão da definição 1 é denominada questão condicional contrafactual, pois, a pergunta Q? pode não ter sido feita.

Agora considere a seguinte questão (*) feita a um dos deuses, Verus ou Falsus do enigma acima:

Questão 5. *(*) Se alguém lhe perguntasse 'P', você responderia 'ja'?*

Considere uma pergunta qualquer P? que possa ser respondida com uma afirmação ou com uma negação. Uma vez que *ja* e *da* são sempre diferentes e apenas uma pode significar sim (a outra deve significar não) e usando-se implicitamente a propriedade da negação proposicional (duas negações iteradas equivale a uma afirmação) temos o lema 5

Lema 5. *(CARNIELLI, 2009a) Se perguntarmos (*) a Verus ou a Falsus. a resposta 'ja' indica que a resposta correta de P? é uma afirmação, e a resposta 'da' indica que a resposta correta de P? é negativa.*

Usando-se esse lema e as questões anteriores é possível encontrar uma solução adequada para o enigma.

Pressupõe-se aqui a importância da compreensão dos enigmas lógicos para o debate filosófico. Principalmente dos enigmas que, para serem resolvidos, demandam uma análise a partir das lógica não-clássicas. Uma questão interessante a ser analisada a partir da perspectiva de enigmas lógicos cuja lógica subjacente é não-clássica é a seguinte: "Enigmas mais complicados do que os enigmas, cuja lógica subjacente é clássica, podem ser formulados se substituirmos a lógica subjacente por uma lógica não-clássica?". Em outros termos: como tonar o Enigma mais Difícil do Mundo um pouco mais difícil?

Walter Carnielli (CARNIELLI, 2009a) observa que uma das propostas de Rabern & Rabern em (RABERN; RABERN, 2008) é encontrar uma solução mais simples (com o uso de apenas duas questões) para o Enigma mais Difícil do Mundo. Todavia, a proposta apresentada é de certa forma "irregular" ou incoerente com a noção usual de racionalidade.

> “O que isso significa é que gênios ou deuses oniscientes certamente têm total clareza (já que pelo menos alguns lógicos e filósofos também a têm) de que é possível construir lógicas onde a contraditoriedade não tem como única saída a explosão, e sua cabeça não necessariamente explode perante uma questão simplória como “Você vai responder a esta pergunta com a palavra que diz não na sua língua?”” [3]

A possibilidade de se construir enigmas (levando em conta resultados lógicos já estabelecidos e não necessariamente submetidos ao paradigma clássico), tem se mostrado uma demanda importante para uma abordagem filosófica e sistemática sobre a compreensão da estrutura dos problemas filosóficos.

> “Já é hora de os enigmas “lógicos” levarem honestamente em conta que a lógica não se reduz ao que se chama de “lógica clássica”, e de tentar de fato encarar a lógica sem o bridão do “classismo”. O próprio problema original de Boolos, assim como muitos de Smullyan, ficariam muito mais interessantes sem essa restrição. O “mais difícil de todos os enigmas lógicos” ficaria bastante mais difícil da seguinte forma de um legítimo “enigma lógico heterodoxo””[4]

Um exemplo de legítimo enigma lógico heterodoxo é originalmente formulado em (CARNIELLI, 2009a). Este problema ainda está em aberto[5] e merece atenção, pois trata-se, possivelmente, de um enigma estruturalmente não-clássico. Apresentamos a seguir o referido enigma:

> “Três deuses (ou gênios infalíveis) trivalentes A, B e C são denominados, em alguma ordem, Verus, Falsus e Aleatorius. Verus sempre diz a verdade (ou seja, diz, daquilo que é o caso, que é ‘verdadeiro’, e do que não é o caso, que é ‘falso’ e do que é intermediário que é ‘intermediário’); Falsus sempre responde com a negação $\emptyset$ do que Verus responderia (ou seja, diz, daquilo que é o caso, que é ‘falso’, do que não é o caso, que é ‘verdadeiro’ e do que é intermediário que é ‘intermediário’; veja a tabela-verdade de $\emptyset$). Aleatorius porém diz que

[3] (CARNIELLI, 2009a), p 6

[4] (CARNIELLI, 2009a) *Contrafactuais, contradição e o enigma lógico mais difícil do mundo*, p. 6.

[5] 18/01/2013

> algo é verdadeiro, falso ou intermediário de uma forma completamente aleatória. Sua tarefa é determinar as identidades de A, B e C com um número finito de perguntas do tipo 'verdadeiro, falso, intermediário?; cada questão deve ser colocada a exatamente um dos deuses. Os deuses entendem a sua língua, mas respondem a todas as questões em sua língua nativa, na qual as palavras para ?sim?, 'não' e 'indeterminado' são 'da', 'já' e 'ta', em alguma ordem. Você não sabe qual das palavras significa 'verdadeiro', 'falso' ou 'intermediário'."[6]

A solução do *Enigma mais Difícil do Mundo* possui características que podem ser fortemente identificadas a partir de certos sistemas lógicos. A aplicação de elementos lógicos para a solução de enigmas deve obedecer a certos princípios estratégicos. Tais princípios não são tratados formalmente pelos sistemas lógicos. Todavia, eles são compostos pelos elementos lógicos e informativos. A solução de um enigma pode ser vista como a busca ou distinção de uma determinada informação (ou conjunto de informações em um contexto). Assim, cabe ao estudo formal dos enigmas, procurar definir as condições em que, definido um enigma (um conjunto de informações concatenadas que definem um determinado enigma) apresente-se uma estratégia de distinção das informação que são consideradas solução para o enigma. Analisaremos abaixo um problema relacionado a um outro importante conceito tratado pelo presente texto, a saber: a surpresa.

2.2.3 O paradoxo do exame surpresa

A presente subseção trata-se de uma análise do conhecido *Paradoxo do Exame Surpresa* (PES daqui em diante). Esse problema é particularmente relevante para este trabalho por tratar, em um só contexto, um enigma com raciocínios envolvendo a compreensão do conceito de surpresa. O paradoxo também é relevante porque mostra que o tipo de raciocínio usado transgride, de alguma forma o padrão clássico. Um outro fator importante desse problema é que *é possível que alguém produza surpresa por não seguir a lógica*. A análise do paradoxo mostra que o agente tem relevância na estrutura surpreendente. A partir de tal análise, compreende-se a seguinte questão em um contexto que descreva uma situação surpreendente: Surpresa para quem?

Michel Scriven publicou em 1951 no periódico britânico de filosofia *Mind* um artigo em que descrevia uma determinada situação considerada paradoxal. O artigo possui a

[6] (CARNIELLI, 2009a), *Contrafactuais, contradição e o enigma lógico mais difícil do mundo*, p. 7.

seguinte sentença inicial: "*A NEW AND POWERFUL PARADOX has Come to light.*" Desde sua publicação o artigo rendeu muitas pesquisas e comentários de importantes filósofos. As tentativas de solucionar este *puzzle* são bastante divergentes umas das outras. Isso mostra que o problema relatado é mais complexo do que parece, portanto uma maior atenção deve ser dada a ele tal como O'Connor escreveu em seu artigo

"It is worthwhile for philosophers to pay a little more attention to these puzzles than they have done up to now even if their scrutiny does no more than make a little clearer the ways in which ordinary language can limit and mislead us." (O'CONNOR, 1948), *Pragmatic Paradoxes*.

Não há muito conhecimento acerca das origens do paradoxo do enforcado. Sabe-se que o problema circulou apenas oralmente na década de 40. Depois tomou a forma de um paradoxo sobre um homem condenado à forca (ver (GARDNER, 1991)). Quine afirma que o paradoxo começou a circular a partir de 1943 (QUINE, 1953).

A situação-puzzle

Um homem foi condenado à forca no sábado. "A sentença deve se cumprir à tarde" disse o juiz ao prisioneiro, "em um dos sete dias da semana seguinte, mas você não saberá qual o dia até que isto seja informado na manhã do dia do enforcamento". O juiz era conhecido por manter a sua palavra. O prisioneiro, acompanhado de seu advogado, voltou a sua cela. Assim que ficaram sozinhos o advogado começou a falar. "você não está vendo?" perguntou em tom de exclamação. "A sentença do juiz não poderá ser executada."
"Não estou entendendo" disse o prisioneiro.
"Deixe-me explicar. Obviamente eles não cumprirão a sentença no próximo sábado, pois sábado é o último dia da semana. Sexta à noite você ainda estaria vivo e então poderia saber com absoluta certeza qual o dia do enforcamento. Portanto você saberia isso antes de ser informado o que violaria a sentença do juiz.
"É verdade" disse o prisioneiro.
"Podemos então cortar o sábado" continuou o advogado. "Isto faz com que a sexta-feira seja o último dia em que você poderia ser enforcado, mas eles não poderão enforcar você na sexta-feira, pois na quinta-feira à noite restariam apenas dois dias: sexta-feira

e sábado. Dado que sábado não é mais um dia possível, o enforcamento seria na sexta-feira. E novamente o nosso conhecimento deste fato antes do amanhecer de sexta-feira violaria o decreto do juiz. Portanto o enforcamento não poderá ocorrer na sexta-feira. Assim, a quinta-feira passa a ser o último dia possível para o enforcamento."
"Acho que entendi" disse o prisioneiro que estava começando a se sentir melhor. "Exatamente da mesma maneira eu poderia excluir a quarta-feira, a terça-feira e a segunda-feira. Daí restaria apenas amanhã. Mas o enforcamento não poderá ocorrer amanhã, pois eu sei disso hoje!"

Em resumo o decreto do juiz parece se autorrefutar. Todavia, as duas sentenças que constituem o decreto do juiz não são nem auto-contraditórias nem contraditórias entre si.

O primeiro filósofo a discutir este paradoxo em um artigo foi Donnald John O'Connor da universidade de Exeter. Em sua versão, um comandante militar anunciou que haveria um "blackout classe A" durante a semana seguinte. O comandante definiu um "blackout classe A" como aquele em que os participantes não sabem quando acontecerá até as seis horas da manhã do dia em que ocorrerá o tal *blackout*.

O'Connor conclui que, a partir da definição dada, o "blackout classe A" não poderá acontecer sem que este viole a sua definição (ver (O'CONNOR, 1948)). Em princípio a situação paradoxal pode ser considerada uma variação do paradoxo do mentiroso. Para esse ponto de vista o paradoxo é trivial pois não traz conceitos novos a serem estudados e portanto parece não ter muitos atrativos. Todavia o paradoxo descrito por O'connor continuou a ser estudado e tomou tempo e atenção de grandes filósofos do século XX tais como Kripke e Quine. Acontece que há um desfecho para a situação paradoxal que não foi observado pelos seus primeiros estudiosos. Se o carrasco comparecer na quarta-feira então isso não pode ser previsto pelo prisioneiro uma vez que ele deduziu a impossibilidade do comparecimento do carrasco. Portanto a ordem do juiz pode ser cumprida sem que as regras sejam violadas. A partir dessa consideração, o paradoxo não é trivial e portanto é justificado estudá-lo mais detalhadamente.

O PES é também uma outra versão do paradoxo do enforcado. Segundo o livro de Gardner sobre o paradoxo do enforcado, um professor de matemática do Östermalms

College de Estocolmo chamado Lennart Ekbom apresentou uma das primeiras versões do paradoxo. A versão apresentada por Ekbom no início da década de 40 (1943 ou 1944) é muito próxima da versão conhecida como PES. O PES pode ser enunciado da seguinte maneira:

Antes de liberar os estudantes, na sexta-feira, o professor foi cruel em sua sentença: "vocês farão um exame às nove horas da manhã em algum dia da próxima semana, porém vocês não saberão, com antecedência, o dia em que ele será aplicado." Fazendo-se um raciocínio análogo ao do condenado à forca no Paradoxo do Enforcado chegar-se-á a uma situação também paradoxal. Se o exame não for aplicado até a sexta-feira seguinte, então os estudantes podem concluir, na quinta-feira à tarde, que o exame será aplicado na sexta-feira, contrariando a sentença do professor. Portanto o professor não poderá aplicar o exame na sexta-feira. Se o exame não for aplicado até quinta-feira, então os estudantes poderão concluir que o professor só terá a quinta-feira ou a sexta-feira para escolher o dia do exame. Como ele não poderá aplicar o exame na sexta-feira uma vez que, conforme a conclusão anterior, os estudantes saberiam o dia com antecedência, então só restará a quinta-feira. Logo, os estudantes novamente poderão saber o dia do exame com antecedência. Contrariando a sentença do professor. Por conseguinte, usando-se o mesmo raciocínio os dias restantes (quarta-feira, terça-feira e segunda-feira) também poderão ser eliminados não restando para o professor qualquer dia para a aplicação do exame. Os alunos podem então concluir que o professor não pode aplicar o exame sem contradizer a si mesmo e assim eles deduzem que o professor não aplicará o exame surpresa na semana seguinte.
Por fim, às 9:00hs da quarta-feira da semana seguinte o professor chega com uma pilha de exames para aplicar aos alunos. Assim, tanto os alunos que deduziram que o professor não aplicaria o exame como aqueles que não o fizeram se surpreendem. O professor então aplica o exame surpresa como havia sentenciado.

Existem várias denominações[7] para o paradoxo a ser estudado neste trabalho uma vez

[7]Pragmatic Paradox (P. Alexander (ALEXANDER, 1950), D. J. O'Connor (O'CONNOR, 1948) (O'CONNOR, 1951) e L. J. Cohen (COHEN, 1950)), Prediction paradox (F. Fitch (FITCH, 1964), M. Gardner (GARDNER, 1991), B. Meltzer , I. J. Good (MELTZER; GOOD, 1965), K. R. Popper (POPPER, 1962) e P. Weiss (WEISS, 1952)), The Unexpected Hanging (M. Gardner (GARDNER, 1991)), The unexpected examination (Medlin, G. C. Nerlich (NERLICH, 1961), R. A. Sharpe (SHARPE, 1965), Shönberg (SHöNBERG, 1966)), The surprise test (J. Cargile (CARGILE, 1965) e (CARGILE, 1967)), The so-called

que também existem várias versões diferentes para descrevê-lo. Na versão de Michel Scriven, temos o paradoxo do enforcado. O'Connor o apresenta como o paradoxo do *Blackout classe A* (O'CONNOR, 1948). Quine o estudou com o nome de paradoxo do homem condenado. Existe ainda a versão de Lyon que o coloca em termos de cartas de baralhos que são viradas sucessivamente. A apresentação deste como paradoxo do exame surpresa tal como foi apresentado acima surge a partir do trabalho de Shaw (cf. (ALEXANDER, 1950) e (SHAW, 1958)).

No artigo de 1951, O'Connor sugere que Alexander *exorcizou* com sucesso o paradoxo "Blackout classe A" (ALEXANDER, 1950). Alexander o considera como sendo um tipo diferente de paradoxo de autorrefutação que surge de proposições como *eu estou mentindo agora*. A análise formal em suas diferentes versões é relevante em termo da teoria do conhecimento, pois a partir dela podemos concluir que algumas deduções acerca de proposições sobre o futuro carecem de um maior aperfeiçoamento. Da mesma forma podemos pensar que a lógica subjacente às deduções sobre proposições acerca da mente deve ser de alguma forma diferente da que é normalmente usada. Comecemos, portanto, pelas sentenças proferidas pelo professor.

O professor havia sentenciado o seguinte:

A. O exame acontecerá entre Segunda-feira e Sexta-feira da próxima semana;
B. Os alunos não saberão, com antecedência, o dia em que o exame será aplicado.

Segundo foi apresentado, os alunos são capazes de engendrar uma argumentação dedutiva de modo a mostrar a impossibilidade da aplicação da prova sem a transgressão da sentença B. Nota-se, porém, que o par de sentenças A e B não é contraditório. A princípio, uma sentença não refuta a outra. Os primeiros estudiosos do paradoxo afirmaram que há um componente oculto de autorreferência e autorrefutação envolvendo a situação descrita (ALEXANDER, 1950), *Pragmatic Paradoxes*; (COHEN, 1950), *Mr O'Connor's "Pragmatic Paradoxes"*; (O'CONNOR, 1948), *Pragmatic Paradoxes* e (O'CONNOR, 1951), *Pragmatic paradoxes and fugitive propositions*. Neste caso o paradoxo deve ser considerado trivial pois não apresenta elementos novos em relação aos já conhecidos paradoxos

paradoxe (W. V. O. Quine (QUINE, 1953), Chapman e Butler (CHAPMAN; BUTLER, 1965)) e Prisoner's dilema de autorrefutação como por exemplo o Paradoxo do Mentiroso. Deste ponto de vista é paradoxal que tantos artigos tenham sido publicados sobre este assunto. Se o paradoxo é trivial, então ele não merece tanta atenção. Se o paradoxo chama a atenção de filósofos importantes e estes disponibilizam tempo e energia para estuda-lo, então o paradoxo não é trivial. Seguindo neste raciocínio chega-se, portanto, a um "paradoxo sobre o paradoxo", ou seja, um meta-paradoxo.

O paradoxo é importante ou é trivial?

Os primeiros estudiosos do paradoxo não observaram que a situação pode ter o seguinte desfecho: os alunos "deduzem" a impossibilidade da aplicação da prova tal como descrito anteriormente. Todavia, para surpresa dos alunos, o professor aplica o exame na quarta-feira sem infringir quaisquer sentenças A ou B. Chamaremos a este caso de "desfecho não-trivial".

Há um enigma filosófico envolvendo a situação. Para Quine, o enigma consiste na descoberta da falácia sobre a argumentação dos alunos e o desfecho acima. Por conseguinte, deve-se considerar que há uma falsa noção acerca do contexto envolvendo o paradoxo real. Esta noção é trazida a tona por Paul Weiss e o seguinte princípio aristotélico: "é *verdade que p ou q* é condição insuficiente para *é verdade que p ou é verdade que q*" (cf. (QUINE, 1953) e (WEISS, 1952)).

Uma perspectiva interessante e original para a análise do paradoxo é a de que a surpresa gerada pela aplicação real do exame frente a uma impossibilidade "hipotética" desta é uma surpresa sobre o conceito de surpresa. Os alunos ficam surpreendidos com o fato do exame ser aplicado. Neste contexto há uma defesa de que a surpresa da aplicação do teste no desfecho do caso é uma surpresa sobre o próprio conceito de surpresa. Assim o contexto do desfecho não-trivial é metalinguístico e a surpresa citada é uma meta-surpresa. O entendimento prévio do conceito de surpresa é fundamental para o efeito surpreendente da aplicação real do teste. Por um lado, é possível que a análise lógica não seja considerada suficiente para o esclarecimento do conceito de surpresa. Por outro, é possível que este conceito não afete o sistema lógico por conta de sua inconsistência. Isto significa que pensar algo que seja surpreendente e não surpreendente ao mesmo tempo não trivializaria o sistema lógico utilizado. Talvez o PES seja exatamente um exemplo de um contexto contraditório e não explosivo.

Um dos poucos textos para o estudo do conceito de surpresa é o artigo de Gardner *Order and Surprise*. Neste texto o conceito de surpresa é estudado a partir das regras que regem a natureza. A regularidade ou irregularidade são os elementos que fazem surgir o sentimento de surpresa. No caso do paradoxo estudado, a surpresa reside não apenas na imprevisibilidade da prova mas também na sua previsibilidade. Gardner em *Order and Surprise* mostra esse aspecto da surpresa. Assim tanto a previsibilidade quanto a imprevisibilidade do exame podem produzir surpresa.

Sintetizar as duas perspectivas acima é uma maneira de tratar o tema qualificadamente. Neste caso há um outro nível em termos linguísticos. A meta-linguagem aparece aqui como o local deste discurso sobre a surpresa. Assim a regularidade ou irregularidade dos eventos da natureza pode ser alocada na meta-regularidade ou meta-irregularidade, ou seja, a regularidade sobre a regularidade ou sobre irregularidade e a irregularidade sobre a regularidade ou a irregularidade. O estudo acerca dos principais aspectos do conceito de surpresa será abordado no capítulo 3.

Uma outra abordagem acerca deste tema consiste em identificar novas varições do paradoxo. O estudo delas possibilita separar algumas de suas características próprias. Desta forma o paradoxo pode ser mapeado e compreendido a partir de sua estrutura conceitual.

O já citado artigo de Quine sobre o paradoxo do exame surpresa foi fundamental para qualificar o tema dentro do campo de estudo da filosofia. A abordagem quineana é analítica e detalhada. O artigo foi importante para mostrar a não-trivialidade do paradoxo.

Para Quine o principal problema da situação é encontrar a falácia no argumento dos alunos. Segue-se em seu artigo uma formalização do caso nos seguintes termos:

S sabe, do tempo t em diante, que está decretado que um evento de um determinado tipo acontecerá e tal acontecimento será condicionado pelo fato de S tomar conhecimento disto somente no tempo $t + z$ para algum inteiro z menor ou igual a um específico número n. Também está decretado que S não poderá saber o valor de i até $t+z-1/2$. S argumenta que $z \leq n-1$; pois, se $z = n$, então S saberá imediatamente após $t+n-1$ que $z = n$. Portanto pelo mesmo raciocínio e substituindo n por $n-1$ tem-se a argumentação de que $z \leq n-2$ e assim por diante até finalmente concluir-se, após n passos, que $z \leq 0$. Logo, o evento não pode acontecer.

O argumento está aparentemente correto. É notório que S consiga deduzir pela não possibilidade do evento acontecer. Porém a conclusão do argumento não pode ser satisfatória uma vez que o exame é aplicado na quarta-feira pela manhã. Logo, o argumento está incorreto e a conclusão é falsa. Onde está o erro?

Em uma conversa particular, o filósofo Saul Kripke[8] apresentou um estudo acerca do PES.

Formulando-se os argumentos que definem o paradoxo com base na lógica epistêmica, tem-se uma certa melhoria na apresentação do problema. Além disso, a explicação de Kripke também faz uso da *redução ao absurdo* como veremos a seguir. Um dos pontos argumentados por Kripke é que existe mais de um sentido para o "conhecer" ou "saber". Podemos classificar os sentidos basicamente em duas categorias o saber sobre "conhecimentos que podem ser revisados" (sentido fraco) e o saber sobre "conhecimentos que não podem ser revisados" (sentido forte). Assim, os estudantes podem saber em um determinado momento t que a prova será aplicada em um dia da semana seguinte, porém, de acordo com o sentido atribuído ao "saber" dos estudantes, é possível que tal conhecimento seja revisado em um momento "$t+n$" (caso esse "saber" tenha um sentido fraco). A explicação de Kripke acerca do paradoxo do exame surpresa pode ser dividido assim em duas partes: uma que trata do paradoxo propriamente dito e outra que trata do sentido do termo "conhecer" ou "saber".

Uma das vantagens da abordagem de Kripke em relação às abordagens anteriores é que Kripke leva em conta o caráter modal das sentenças que compõem o paradoxo. Uma vez que o conceito de "surpresa" está fortemente ligado a um tipo de ignorância ou não-conhecer (não-saber), a análise de uma situação que tenha a surpresa como elemento central deve levar em conta a modalidade epistêmica.

[8] Em ocasião da visita que ele fez ao Brasil por conta do congresso internacional *Semantics and Meaning* ocorrido na Unicamp em julho de 2005 e em outras ocasiões em conversa com Walter Carnielli

Segundo Kripke, uma outra forma de se apresentar o paradoxo é através de um jogo de cartas de baralho. Seja um jogo de baralho tal que os jogadores são J_1 e J_2. Suponha que em um conjunto finito de cartas exista um *ás de espadas*. As cartas estão dispostas uma ao lado da outra e viradas para baixo. O jogador J_1 vira cada carta de uma vez, mostrando ao jogador J_2 qual é a carta virada. O jogador J_2 não sabe a sequência das cartas que estão viradas. O jogador J_1 enuncia que o jogador J_2 não saberá previamente quando o ás de espada será virado. Agora, suponha que o conjunto C de cartas possui uma única carta. Nesse caso, J_2 saberá antecipadamente que a carta é o ás de espadas. Tentemos agora a configuração em que o conjunto C tem duas cartas (um ás de espadas e uma outra carta qualquer). O enunciado de J_1 é o mesmo, ou seja, J_2 não saberá antecipadamente qual carta é o ás de espadas, mas, para que isso seja verdadeiro, J_1 não poderá colocar o ás de espadas na última posição. Portanto, o ás deve estar na primeira posição, o que contradiz o enunciado de J_1.

Seja o caso em que o conjunto C de cartas é formado por cinquenta e duas cartas e apenas uma delas é o ás de espadas. Suponha ainda que J_1 coloque o ás mais ou menos no meio das demais cartas e virado de tal forma que J_2 não saiba onde a carta está. Usando um raciocínio análogo ao do caso em que $|C| = 2$, J_2 deduzirá que o ás de espadas não poderá estar entre as cartas sem que o enunciado de J_1 seja falsificado. Todavia, no decorrer do jogo J_1 vira o ás de espadas e J_2 se surpreende verificando assim o enunciado de J_1.

O jogo acima possui a mesma estrutura formal do PES. Aparentemente, a cada carta virada que não é um ás de espada, o enunciado de J_1 parece se enfraquecer. Existe ainda nesse tipo de jogo, algo semelhante o paradoxo de Sorites, porém neste caso a questão recai sobre o uso de um termo vago. Já no PES e no jogo de cartas descrito acima os termos não são vagos no mesmo sentido do paradoxo de Sorites.

Analisemos o PES nos seguintes termos:

Seja D o número de dias possíveis para a aplicação do exame e d_i a aplicação do exame será no dia i. Assim, uma das sentenças do professor é que o exame será aplicado em um dos D dias.

$$d_i \ para \ algum \ i, \ tal \ que \ 1 \leq i \leq D \tag{2.2.1}$$

É pressuposto ainda que o exame não será aplicado em mais de um dia.

$$\neg(d_i \wedge d_j) \ para \ qualquer \ i \neq j, \ 1 \leq i, \ j \leq D \tag{2.2.2}$$

Segundo o professor, o exame será surpresa, ou seja, os estudantes não saberão a data com um dia ou mais de antecedência. Seja P uma proposição, $K_i(P)$ significa que um estudante sabe no dia i que a proposição P é verdadeira. Portanto:

$$\neg K_{i-1}(d_i) \ para \ qualquer \ i, \ 1 \leq i \leq D \tag{2.2.3}$$

Se o exame não foi aplicado nos primeiros $i-1$ dias, então os estudantes sabem disso no dia $i-1$.

$$(\neg d_1 \wedge \neg d_2 \wedge ... \wedge \neg d_{i-1}) \rightarrow K_{i-1}(\neg d_1 \wedge \neg d_2 \wedge ... \wedge \neg d_{i-1}) \ para \ qualquer \ i, \ 1 \leq i \leq D \tag{2.2.4}$$

De 2.2.2 e 2.2.4 se segue que se o exame for aplicado no dia i, então os estudantes saberão no dia $i-1$ que o exame não foi aplicado nos primeiros $i-1$ dias.

$$E_i \rightarrow K_{i-1}(\neg d_1 \wedge \neg d_2 \wedge ... \wedge \neg d_{i-1}) \ para \ qualquer \ i, \ 1 \leq i \leq D \tag{2.2.5}$$

Algumas premissas adicionais acerca do operador K são importantes para a apresentação formal do PES a saber:

O axioma **T** para a lógica epistêmica.

$$K_iP \rightarrow P \; para \; qualquer \; i, \; 1 \leq i \leq D \tag{2.2.6}$$

O fecho dedutivo do conhecimento.

$$(K_i(\alpha) \wedge K_i(\alpha \wedge \beta)) \rightarrow K_{i(\beta)} \tag{2.2.7}$$

Essa premissa pode gerar certas complicações. Isso porque em geral ela é falsa quando aplicada sobre agentes humanos. As pessoas (normalmente) não sabem todas as consequências de um determinado conjunto de axiomas, apesar de saber todos os axiomas do conjunto. Se não fosse assim, a matemática seria trivial. Contudo, em nossa modelagem do PES consideraremos que os estudantes são capazes de saber as consequências lógicas das proposições que eles já conhecem.

As premissas apresentadas não são contraditórias entre si. É possível derivar alguma contradição a partir delas? Considere que o exame seja aplicado no dia D (o último dia possível para a aplicação do exame). Dessa forma os estudantes saberão no dia $D - 1$ que o exame será aplicado no dia D. Por *reductio ad absurdum*, o exame não poderá ser aplicado no dia D.

Há um problema em relação à premissa 2.2.1, pois segundo ela o exame será aplicado em um dos i-ésimos dias, mas nada indica que os estudantes sabem que isso ocorrerá. Portanto, é necessário acrescentar isso de alguma forma. Todavia, nada indica que o professor não está mentido. Os estudantes não podem deduzir o valor de verdade das sentenças proferidas pelo professor. É nesse sentido que Quine apresenta sua solução do problema no artigo (QUINE, 1953). Quine afirma que a falácia deriva do fato de que o prisioneiro[9] não sabe que o juiz está falando a verdade.

De acordo com a análise de Kripke, o argumento de Quine não é satisfatório. Isso fica mais evidente ao se observar a formulação do paradoxo em termo do jogo de cartas descrito acima.

[9]A versão que é apresentada em seu artigo é a do enforcamento

É razoável modificar a primeira premissa de modo a asserir que os estudantes sabem que um exame será aplicado.

$$K_0 d_i \; para \; algum \; i, \; 1 \leq i \leq D \tag{2.2.8}$$

Da mesma forma, pode-se pressupor que os estudantes também sabem inicialmente que o exame não será aplicado em mais de um dia e que será surpresa.

$$K_0(\neg(d_i \wedge d_j)) \; para \; qualquer \; i \neq j, \; tal \; que \; 1 \leq i, \; j \leq D \tag{2.2.9}$$

$$K_0(\neg K_{i-1}(d_i)) \; para \; todo \; i, \; tal \; que \; 1 \leq i \leq D \tag{2.2.10}$$

É interessante notar que não é preciso generalizar a premissa acerca do caráter surpreendente do exame. Basta que o estudante não saiba o dia da aplicação do exame um dia antes dele ser aplicado Dadas as premissas acima, é possível derivar formalmente o PES? Não, antes é preciso adicionar mais duas premissas. Uma dessas premissas fornece a informação necessária para que a premissa 2.2.10 seja apresentada na sua forma mais fraca. Trata-se da pressuposição de que os estudantes não esquecem um conhecimento adquirido.

$$K_i(P) \rightarrow K_j(P) \; para \; todos \; i, \; j \; tal \; que \; 0 \leq i \leq j \leq D \tag{2.2.11}$$

É preciso também considerar o *princípio do duplo-K* (*double-K principle*).

$$K_i(P) \rightarrow K_i(K_i(P)) \; para \; todo \; i, \; tal \; que \; 1 \leq i \leq D \tag{2.2.12}$$

A premissa acima (2.2.12) é bastante controversa. É possível que, por conta disso, seja argumentado que o paradoxo se deve ao seu uso e portanto, que é preciso evitá-la. Um argumento para se evitar essa premissa é o de que a interação do operador K é irrelevante e tem o mesmo efeito que a sua aplicação simples. Uma outra possibilidade é considerar que, apesar de haver um conjunto de coisas que são conhecidas por um agente, a afirmação de que o agente sabe que sabe tais coisas envolve um grau maior de certeza. De acordo com os propósitos da presente exposição, usaremos o princípio do duplo-K sem, contudo, considerar a resolução prévia do debate.

O paradoxo pode ser derivado a partir das premissas acima juntamente com o princípio discutido no parágrafo anterior.

Como hipótese de *Reductio ad absurdum*, suponha que a prova será aplicada no último dia possível, ou seja, no dia D. Portanto, a prova não foi aplicada em qualquer dos dias anteriores $i \leq D - 1$. Pela premissa 2.2.4, os estudantes sabem que a prova não foi aplicada até o dia $D - 1$ (sabem isso no dia $D - 1$). De acordo com a premissa 2.2.8, os estudantes sabem que a prova deve ser aplicada em algum dos dias indicados. Como resta apenas o dia D, os estudantes podem inferir, no dia $D - 1$, que eles sabem que a prova será aplicada no dia D e isso é contraditório com a premissa 2.2.3.

Existe um elemento que precisa ser revisto no argumento acima. Que o fato dos estudantes saberem algo no dia 0 implique que eles continuarão sabendo isso no dia $D - 1$. Para fazer essa inferência é necessário o uso da premissa 2.2.11. Se os estudantes fossem capaz duvidar de seus conhecimentos em um ponto do tempo posterior, então a premissa 2.2.11 não teria utilidade na formalização do presente argumento. Os estudantes poderiam então rever suas crenças e colocar em dúvida o valor de verdade das asserções feitas pelo professor. Portanto, os estudante podem questionar se a sentença "haverá um exame e ele será surpresa" é verdadeira. A negação dessa sentença é logicamente equivalente à disjunção "não haverá um exame ou ele não será surpresa". Analisando essa última sentença percebe-se que a segunda parte depende da primeira, isto é, para haver um exame surpresa é necessário que haja um exame. Dessa forma, seja S a proposição "haverá um exame surpresa" e E a proposição "haverá um exame". Logo, de acordo com os significados usuais das proposições acima, é razoável sustentar que $S \rightarrow E$. É também razoável sustentar que os estudantes sabem a priori a fórmula acima, ou seja, $K_0(S \rightarrow E)$. Os estudantes podem colocar em dúvida também a aplicação do exame. A revisão do conhecimento, segundo Kripke seria o "lugar" onde a falácia, indicada por Quine, estaria "escondida" e portanto, a resposta à questão "onde está o erro?" aplicada sobre o paradoxo.

A explicação acima não trata de um importante aspecto do problema a saber: a cada dia que passa o argumento fica mais fraco. Talvez o último dia possível para aplicação do exame possa ser removido da lista. Nesse caso, não é interessante usar a premissa 2.2.11, pois ela se torna obviamente falsa. Contudo será adicionada uma outra premissa: "os estudantes sabem que o exame será aplicado, mesmo com um dia de antecedência". Nesse caso, os estudantes podem inferir, não que o professor decidiu não aplicar mais o exame, mas que ele decidiu que o exame não será um exame surpresa (de acordo com os termos iniciais).

Segundo Kripke, um outro problema encontrado na argumentação original é a dedução antecipada de que o exame não será aplicado no último dia, ou seja $K_{i-2}(\neg d_D)$. Para que haja uma tal dedução é necessário acrescentar uma premissa que afere que no dia $D-2$ os estudantes sabem que no dia $D-1$ o exame ainda será aplicado em algum dia. Contudo, para que o exame seja surpresa é necessário que $K_{D-2}(\neg K_{D-1}(d_D))$ (e os estudantes sabem isso no dia 0). A questão que se coloca agora é se é possível manter que o exame será surpresa. Kripke critica o uso da premissa 2.2.11 para se sustentar que o exame será surpresa. Todavia, não há problema ou dúvida sobre a aplicação do exame em algum dos dias restantes. Uma vez aceito que tal premissa não deve ser usada, para cada dia em ordem decrescente uma nova premissa precisará ser acrescentada para que o aspecto surpreendente da aplicação do exame seja mantido. Isso é requerido para que o conhecimento dos estudantes sobre a verdade das premissas seja mantido no dia $D-2$. O sentimento acumulativo de que a cada dia que passa o enunciado fica mais fraco deriva, segundo Kripke, da aplicação reiterada dessa premissa extra. Isso conclui os nossos comentários acerca da posição de Kripke em relação a esse problema.

Continuando a análise do PES, apresentaremos abaixo algumas criticas originais aos estudos apresentados acima. O principal objetivo destes comentários é identificar o erro ou falácia referida na questão colocada por Quine e apresentada acima.

(Critica 1) Apesar dos estudantes conseguirem prever o exame do último dia um pouco antes do prazo determinado pelo professor, isso não elimina o fator surpreendente do exame, mas apenas desloca a surpresa para antes do previsto.

(Crítica 2) Existem cinco possibilidades de hipóteses para o exame e apenas uma falha (a hipótese de que este ocorrerá na sexta-feira). Portanto em um único caso o exame seria paradoxal. Quando o professor anuncia que haverá um exame surpresa na próxima semana os alunos passam imediatamente a ter conhecimento de duas coisas: a) S1 V T V Q1 V Q2 V S2 é verdadeira (onde S1 é 'o exame será na segunda-feira', T é 'o exame será na terça feira', etc.). b) a ordem de verificação (em termos de verificação empírica) das sentenças é: primeiro S1, segundo T, terceiro Q1, etc. Todavia, a ordem das hipóteses que derivam o paradoxo analisa inicialmente a possibilidade de aplicação do exame no último dia. O caso que gera o paradoxo é apenas quando S2 é verdadeiro. Os demais casos não são problemáticos.

(Crítica 3) Todo os argumentos dos estudantes estão baseados em um sistema clássico. Portanto, elimina-se uma hipótese caso se derive uma contradição a partir da premissa, porém certos conceitos não podem ser caracterizados classicamente. O conceito de surpresa pode não obedecer regras clássicas, ou melhor, contextos com vários agentes em que seja possível a surpresa para algum deles podem não ser razoavelmente tratáveis do ponto de vista da lógica clássica. Supondo a aplicação do exame em um determinado dia, é possível construir um raciocínio que mostre que a aplicação do exame naquele dia gera uma contradição com o que foi estabelecido pelo professor. Seja D a sentença correspondente à aplicação do exame em um determinado dia. Assim tem-se a seguinte fórmula a partir do raciocínio dos alunos: $D \to \perp$. Com base nos sistemas de lógica clássica, $(D \to \perp) \leftrightarrow \neg D$, portanto, de $D \to \perp$ deriva-se $\neg D$ que significa a não aplicação do exame naquele dia. Tal raciocínio é conhecido pelo nome de *redução ao absurdo*. Contudo, existem sistemas lógicos em que a redução ao absurdo não é válido. Se o contexto do exame surpresa gera paradoxo por conta da relação entre a afirmação do professor e dos raciocínios*clássico* dos alunos, então é possível que tal problema esteja sendo tratado a partir de um paradigma que não é o adequado para ele.

(Crítica 4) Não há nenhum elemento de autorreferência que faça o problema ser semelhante ao do Paradoxo do Mentiroso. Nenhuma referência possui qualquer demonstração de que o paradoxo surge de uma autorreferência. O que acontece é que professor, conforme seja o caso, não tem condições de determinar a priori o escopo do conhecimento dos alunos. Uma das falhas na formulação do problema é que, ao afirmar que os alunos não saberão antecipadamente o dia da aplicação do exame, o professor está incorrendo já no erro de pensar que pode determinar a dinâmica do conhecimento de seus estudantes. Portanto, a sentença "O professor sabe que os alunos não saberão a data da prova com antecedência" é falsa. Todavia a sentença "O professor crê que os alunos não saberão a data da prova com antecedência" pode ser verdadeira. Podemos reformular o problema substituindo a afirmação do professor. Ao invés de afirmar que "os alunos não saberão a data da prova a não ser no dia da prova" o professor estaria em condições formais apenas de afirmar que "A data da prova não será informada por ele com antecedência de mais de um dia". Assim, a análise do problema sob a perspectiva da lógica epistêmica dissolveria o paradoxo.

(Critica 5) Há mais um problema na afirmação do professor. A aplicação do exame em um dia que seja antes do último dia tem diferentes aspectos informacionais (no contexto do paradoxo) em relação à aplicação do exame no último dia (se d é o número do dia de aplicação do exame e k a quantidade de dias, então $1 \leq d \leq k-1$)). Dado que o professor definiu que o exame seria surpresa, a não aplicação deste até o dia $k-1$ significa que o exame deixaria de ser surpresa justamente porque os alunos teriam conhecimento disto antes da data prevista (ver seção 3.3 da presente tese). Todavia, as sentenças proferidas pelo professor devem ser revisadas. Como, para cada dia até o dia $k-1$, existem pelo menos duas possibilidades de aplicação do exame, e o dia $k-1$ é o único dia em que resta apenas um dia para a sua aplicação, então, se professor reformular as condições de aplicação do exame levando em conta essa particularidade, possivelmente o paradoxo será dissolvido.

O problema do exame surpresa ora analisado é notoriamente um problema acerca das condições de informação. A questão subjacente ao problema é "Qual as informações que são possíveis de serem adquiridas apenas pela análise dos alunos a partir das informações dadas?".

2.2.4 Jogos de Ulam

Esta seção contém a apresentação (sistematização) de uma solução relativamente simples para uma variação do jogo de Ulam com n mentiras. Propomos aqui uma classificação das variações dos jogos de Ulam com base nos algoritmos de respostas usados pelo *Responder* e nas interpretações de seus termos.

Em 1976 Stanislaw Ulam publicou um livro auto-biográfico chamado “Adventures of a Mathematician” e que continha o seguinte jogo:

> “Alguém pensa em um número entre um e um milhão (ou menor que 2^{20}) Uma outra pessoa está autorizada a fazer até 20 perguntas, a cada uma das quais a primeira pessoa deve responder apenas com sim ou não. Obviamente, o número pode ser adivinhado perguntando-se primeiro ”o número está na primeira metade de 1000000¿‘ em seguida, o agente reduz o repositório de números pela metade para a questão seguinte (que é análoga à primeira), e assim por diante. Finalmente, o número é obtido em menos de $\log_2$ (1000000) perguntas. Agora, suponha que o jogador que responde está autorizado a mentir, uma vez ou duas vezes, então quantas questões será preciso para o jogador que faz as perguntas obter o número sorteado?” [10]

Em 1964, já havia uma descrição deste mesmo problema na tese de doutorado de Elwyn Berlekamp pelo MIT (BERLEKAMP, 1964), *Block coding with noiseless feedback*. Vários artigos foram publicados contendo soluções para o problema apresentado por Berlekamp e por Ulam e que permitiam uma, duas, três ou mais respostas falsas.

Os personagens dos jogos de Ulam são definidos comumente como o personagem que pergunta *Questioner* e o personagem que responde *Responder* (Q e R daqui por diante). Apesar da aparente simplicidade da descrição e da compreensão do problema, as soluções necessitam em grande parte de um arcabouço matemático denso e complexo. O objetivo desta seção é apresentar um apanhado geral acerca dos jogos de Ulam e em seguida uma nova solução para o enigma. No âmbito desta proposta é importante também analisar as soluções à disposição com o intuito de discutir o que seria uma lógica subjacente adequada à melhor estratégia de solução para esse jogo e suas variações. Em *The logic of Ulam's game with lies* (MUNDICI, 1992), Mundici mostra que a semântica da lógica trivalente de Łukasiewicz pode ser concebida a partir dos jogos de Ulam com mentiras. Contudo problematizaremos a abordagem do problema dos jo-

[10]“Someone thinks of a number between one and one million (which is just less than 2^{20}). Another person is allowed to ask up to twenty questions, to each of which the first person is supposed to answer only yes or no. Obviously the number can be guessed by asking first: is the number in the first half million? then again reduce the reservoir of numbers in the next question by one-half, and so on. Finally the number is obtained in less than $\log_2$ (1000000). Now suppose one were allowed to lie once or twice, then how many questions would one need to get the right answer?” (ULAM, 1976) *Adventures of a Mathematician*, p 281.

gos de Ulam tratado por Mundici. Primeiramente apresentaremos o problema de modo sistematizado e generalizado. Mostraremos que os jogos de Ulam podem ser concebidos de diversas formas diferentes e portanto não podem ser solucionados de uma única maneira. Depois trataremos da lógica subjacente para tal generalização. Mostraremos ainda que a solução para uma determinada classe dos jogos de Ulam não necessita de uma abordagem (lógica) não-clássica.

O artigo (MARINI; MONTAGNA, 2010) de Claudio Marini e Franco Montagna discute algumas generalizações dos jogos de Ulam com mentiras. Algumas dessas generalizações são variações probabilisticas do jogo enquanto outras diferem do jogo original por possibilitar mais de um número a ser adivinhado. Nos basearemos nesse artigo de Marini e Montagna para fazer um pequeno *survey* acerca dos estudos existentes das variações de jogos de Ulam.

Diversos pesquisadores de diversas áreas do conhecimento têm desenvolvido estudos sobre os jogos de Ulam (cf. (RIVEST et al., 1978), (SPENCER, 1984), (PELC, 1987), (PELC, 1989), (MUNDICI, 1990), (GUZICKI, 1990) and (MONTAGUE, 1999)). Os trabalhos são normalmente desenvolvidos com intuito de encontrar as características computacionais do problema. Em (RIVEST et al., 1978) por exemplo considera-se o problema de se identificar um número desconhecido $x \in \{1, 2, ...n\}$ usando-se comparações entre o valor x e o valor de certas constantes onde ao menos uma quantidade E de respostas podem ser falsas. R. L. Rivest et al. mostram que existe uma única estratégia que é ótima no pior caso e que consiste (no caso do problema continuo) em derivar uma estratégia para o problema discreto que usa $log_2 n + Elog_2 log_2 n + \mathcal{O}(Elog_2 E)$ comparações para o pior caso. Eles mostram ainda, que uma versão modificada desse problema com erros é equivalente ao problema de se encontrar a raiz minimal de um conjunto de funções decrescentes. A versão modificada do problema também tem complexidade $log_2 n + Elog_2 log_2 n + \mathcal{O}(Elog_2 E)$.

Existe uma aproximação entre as pesquisas que buscam por soluções para variações de jogos de Ulam e a correção de códigos. Em (MONTAGUE, 1999), é apresentado uma análise do jogo de Ulam a partir do ponto de vista da teoria dos códigos. O artigo de Montague critica algumas soluções apresentadas afirmando que estas contém alguns erros. As criticas recaem principalmente sobre o trabalho de Ivan Niven publicado em

1988 através da afirmação de que o algorítimo de decodificação contido na solução não está correto (NIVEN, 1988). A ideia de Montague é obter a solução para o problema através do Código de Hamming juntamente com a correção da solução de Ivan Niven. O código de paridade detecta que há erros, mas não especifica onde. Já o código de Hamming pode detectar erros e especificar a sua posição.

Variações dos jogos de Ulam

Existem muitas variações que são descritas como jogos de Ulam. Em uma delas, o jogador deve adivinhar mais de um número escolhido. Um desses jogos é o *Group Testing*. Esse jogo é sugerido por um problema concreto: suponha que o objetivo do jogo é encontrar os casos divergentes em uma população de N indivíduos usando um exame de sangue. Ao invés de se examinar a todos individualmente, pode-se examinar conjuntamente o sangue de 100 pessoas. Se o exame der resultado positivo, então tem-se um exame perdido (ineficaz), mas se o resultado for negativo então economiza-se 99 exames. O jogo pode ser sistematizado formalmente da seguinte maneira: um conjunto arbitrário grande Ω (que representa a população), conhecido pelo Questioner e pelo Responder, é dado. O Questioner deve descobrir um pequeno subconjunto S de Ω (o conjunto dos divergentes ou defeituosos), conhecido apenas pelo Responder e baseado em respostas a uma série de perguntas do tipo "$X \cap S = \emptyset$?" (que pode ser interpretada como: existe algum indivíduo divergente em X?), onde $X \subseteq \Omega$. O Responder deve responder a cada questão sem mentir. O jogo descrito acima não será tratado aqui em detalhes (para maiores informações sobre ele deve-se consultar (DU; HWANG, 1993) e (MARINI; MONTAGNA, 2010)).

Uma outra variação interessante para os jogos de Ulam são os *Guessing Secret games*. Essa classe de jogos pode ser descrita como se segue:

> Sejam Responder e Questioner como definidos acima, Ω um conjunto arbitrário de cardinalidade N e $S \subseteq \Omega$ de cardinalidade $\kappa \leq |N|$. Ω é conhecido por ambos os jogadores e S é conhecido apenas pelo Responder (S é chamado de *conjunto segredo* e seus elementos serão chamados de *segredos*)
>
> O Questioner deve fazer perguntas do tipo: O número n está em

X? (onde $X \subseteq \Omega$).

O Responder deve responder sem mentir, mas ele pode se referir a qualquer elemento de S.

As situações derivadas desse jogo podem ser completamente descritas usando-se a teoria dos grafos (cf. (CHUNG et al., 2001),*Guessing Secrets*).

Como foi mostrado acima existe uma pluralidade de jogos que podem ser classificados como um tipo de jogo de Ulam. Dessa forma, será proposto aqui que certas diferenças de interpretação e abordagem acerca desses jogos definem classes diferentes de jogos.

Segundo (MARINI; MONTAGNA, 2010), o problema pode ter duas versões em relação ao desenvolvimento das perguntas de Q:

A versão adaptativa: Q espera cada resposta de R antes de formular a próxima questão.

A versão não-adaptativa: todas as questões de Q devem ser formuladas antes de qualquer resposta de R.

Uma outra subclasse de jogos pode ser definida se for permitido jogos parcialmente adaptativos e parcialmente não-adaptativos (essa subclasse de jogos é investigada em (CICALESE; MUNDICI, 2000) e (CICALESE et al., 2000)). Nesse caso Q escolhe um conjunto de questões para serem inicialmente aplicadas a R de modo não-adaptativo (*non-adaptative*), depois que R responder a essas questões o jogo passa a ser adaptativo e a perguntas serão formuladas conforme a obtenção de cada resposta.

Em princípio, os jogos de Ulam são tratados conforme o número de mentiras permitidas a R. apenas com esse critério já é possível definir infinitas classes de jogos de Ulam (uma para cada n, onde n é o número limite de respostas falsas permitidas) (cf. (OSTHUS; WATKINSON, 2007), (SPENCER, 1992), (CZYZOWICZ et al., 1988), (GUZICKI, 1990), (NEGRO; SERENO, 1992), (DEPPE, 1998) and (AULETTA et al., 1993)).

Um outro critério para classificação de jogos de Ulam pode ser, por exemplo, o tipo de pergunta que é permitida. Assim, jogos mais restritos permitem apenas tipos limitados de perguntas.

Uma estrutura usual para perguntas em jogos de Ulam pode ser a seguinte:

(*) Seja n a variável referente ao número escolhido por R, Ω o conjunto de todos os números que estão a disposição de R e $S \subseteq \Omega$. $n \in S$?

Se a interpretação do jogo é tal que apenas perguntas do tipo (*) é permitida então chamaremos esse jogo de jogo de Ulam Estrito.

Uma outra classe de jogos de Ulam pode ser definida se considerarmos perguntas envolvendo proposições e fórmulas proposicionais clássicas.

Nesse caso, letras proposicionais $(A, B, C, P, ...)$ são usadas e suas interpretações $(I(A), I(B), I(C), I(P), ...)$ associadas a determinadas proposições ou valores de verdade. As fórmulas proposicionais assim como as proposições, por conseguinte, podem ser computáveis ou não por R. Chamaremos os jogos dessa classe de Jogo de Ulam proposicional clássico ou simplesmente jogo de Ulam PC. Essa classe de jogos, portanto, pode ser dividida em duas outras: a classe de jogos em que é permitido fazer perguntas proposicionais a R apenas se estas forem computáveis por R e a classe de jogos em que é permitido que Q pergunte sobre fórmulas proposicionais ou proposições que não são computáveis por R. Sugere-se como denominação a essas classes as seguintes expressões respectivamente: Jogos de Ulam com respostas computáveis para R e jogos de Ulam com perguntas não computáveis em R.

Outras subclasses de jogos derivadas da classe de jogos que permitem apenas perguntas com respostas passíveis de serem computadas por R. São os jogos classificado de acordo com o grau de complexidade das questões.

Jogos de Ulam também pode ser classificados de acordo com o algoritmo de resposta usado por R, ou seja, o algoritmo que computa a resposta de uma pergunta em um jogo de Ulam. Uma vez que é permitido a R mentir uma ou mais vezes, a forma como a resposta (falsa) é gerada pode ser diferente conforme o algoritmo que a define. Por exemplo, pode-se definir um jogo de Ulam no qual as respostas falsas só são permitidas para as perguntas cuja resposta verdadeira seja SIM (variações semelhantes definirão subclasses diferentes em relação ao algoritmo de resposta usado por R).

As perguntas permitidas e o tipo de algoritmo usado para computar uma resposta estão fortemente relacionados à quantidade de informação que os agentes podem ter acesso (ou ao nível de conhecimento que os agentes possuem acerca das características do jogo).

Mostramos portanto que, de acordo com as várias interpretações possíveis, jogos de Ulam podem ser classificados basicamente nos seguintes termos:

1) Número de respostas falsas permitidas a R

2) Tipos de perguntas permitidas a Q

3) Algoritmos de respostas usados ou definidos.

4) Nível de conhecimento dos agentes

Outras especificações mais detalhadas e pertinentes à classificação dos jogos de Ulam serão propostas em trabalhos futuros.

Uma simples solução para o jogo de ulam com um número n arbitrário de mentiras

A variação do jogo de Ulam que iremos tratar aqui consiste na seguinte situação: um agente R escolhe um número entre 1 e 1000000. Outro agente Q tem que adivinhar tal número. Para tanto, o agente Q deverá questionar R com perguntas cuja a resposta seja sim ou não (o agente Q poderá emitir respostas falsas).

Um fator importante em contextos como os dos jogos de Ulam é o da distribuição da informação disponível. Os agentes que respondem às questões podem ou não possuir informações acerca do valor de verdade de suas próprias respostas.

Para a solução proposta no presente trabalho, considera-se uma variação do Jogo de Ulam em que o algoritmo de resposta tenha a seguinte característica: O agente que responde sabe de antemão que a resposta final será uma verdade ou sabe de antemão que a resposta será uma mentira (por exemplo: antes de responder o agente lança uma moeda, se cair cara ele dirá a verdade caso contrário ele mentirá). A resposta verdadeira consiste no seguinte: calcula-se a resposta da pergunta (Sim ou Não) e emite-se a resposta idêntica à saída desse cálculo. A resposta falsa consiste no seguinte: calcula-se a resposta à pergunta e emite-se a resposta com a informação contrária à saída deste cálculo.

Ao se considerar os contextos em que os agentes tem acesso a esse valor de verdade para suas respostas podemos formular uma solução simples para o *puzzle*.

Portanto a presente proposta de solução trata de uma variação do jogo de Ulam onde o algorítimo de resposta consiste das seguintes etapas:

Algorítimo das respostas de R às questões de Q:

1. Q emite uma pergunta do tipo F? para R (onde F? tem como respostas possíveis Sim ou Não).

2. R recebe a informação da pergunta e acessa a saída para o sorteio do valor de verdade da resposta a essa pergunta. (por exemplo, se o sorteio é o lançamento de uma moeda conforme indicado anteriormente teremos (ca) para a resposta verdadeira ou (co) para a resposta falsa).

3. R calcula o valor de verdade de F.

4. R aplica o resultado do sorteio ao algoritmo de valor de verdade da resposta para a saída do valor de F

5. R emite o resultado para Q

Sejam:

$I(A) = R$ escolheu um número $k < m$

$I(B) = R$ escolheu um número $k \geqslant m$

$I(C) =$ o sorteio para o valor de verdade da resposta teve como saída (ca) (portanto R está falando a verdade, ou seja, a resposta final será verdadeira)

$I(D)$ = o sorteio para o valor de verdade da resposta teve como saída (co) (portanto R mentirá em relação à sua resposta, isto é, a resposta final será falsa)

Seja "m = número correspondente à metade dos números restantes" e v uma valoração. Agora considere as seguintes situações

Situação 1: o resultado do sorteio é (co) ($v(D) = V$) e a escolha inicial de R corresponde ao número $k < m$ ($v(A) = V$).

Situação 2: o resultado do sorteio é (co) ($v(D) = V$) e a escolha inicial de R corresponde ao número $k \geqslant m$ ($v(A) = F$).

Situação 3: o resultado do sorteio é (ca) ($v(D) = F$) e a escolha inicial de R corresponde ao número $k < m$ ($v(A) = V$).

Situação 4: o resultado do sorteio é (ca) ($v(D) = F$) e a escolha inicial de R corresponde ao número $k \geqslant m$ ($v(A) = F$)

A seguinte pergunta feita a R possui as seguintes respostas nas situações indicadas:

$A \leftrightarrow D$?

Respostas:

Situação 1: $v(A) = V$; $v(D) = V$; $v(A \leftrightarrow D) = V$. Como $v(D) = V$, a resposta final é *Não*.

Situação 2: $v(A) = F$; $v(D) = V$; $v(A \leftrightarrow D) = F$. Como $v(D) = V$, a resposta final é *Sim*.

Situação 3: $v(A) = V$; $v(D) = F$; $v(A \leftrightarrow D) = F$. Como $v(D) = F$, a resposta final é *Não*.

Situação 4: $v(A) = F$; $v(D) = F$; $v(A \leftrightarrow D) = V$. Como $v(D) = F$, a resposta final é *Sim*.

Respostas:

Situação 1: não.

Situação 2: sim.

Situação 3: não.

Situação 4: sim.

Logo, independentemente do fato de R estar ou não falando a verdade, sua resposta será Sim se, e somente se, o número escolhido for $k \geqslant n$ e Não sse o número escolhido for $k < n$.

Portanto, não importa quantas mentiras R proferir como respostas às perguntas de Q, será sempre possível reduzir o número de perguntas suficientes a $log_2 n$.

3 ENIGMA, SURPRESA E TEORIA DA INFORMAÇÃO

3.1 Ordem e surpresa

Objetivos desta seção: apresentar os conceitos de ordem, surpresa, definir expectativa e propor uma nova definição formal para surpresa e ignorância sobre espectros clássicos. Definir espectros não-clássicos (paraconsistentes) e aplicar a definição de surpresa e ignorância (baseados em probabilidade e expectativa) sobre esses espectros não-clássicos. Por fim, notar que as perguntas (enigmas) são feitas ou tem sentido quando estão atreladas a sistemas de distribuição de probabilidade e relevância sobre espectros descritivos ou narrativos.

A realidade esta precedida aparentemente por um princípio ordenador (ou organizador) universal. Mesmo que a estrutura fundamental deste princípio seja ignorada, o estudo da natureza sempre parece encontrar pistas de sua existência e de seu funcionamento. A cultura ocidental herdou este paradigma da mentalidade helênica que denominou o princípio com o termo *logos*. É interessante notar que, sob este viés, tanto o objeto quanto o discurso científico a ele associado devem estar de acordo com o princípio ordenador. Comumente observa-se, nos estudos sobre as origens da filosofia (ocidental), uma certa contraposição ou aproximação entre os conceitos de mito (*mythos*) e razão (*logos*).

O conceito de *logos* é amplo. Para a compreensão adequada do seu uso e do seu significado originais a partir das línguas modernas é necessário compor vários conceitos entre si. A aproximação, no entanto, por mais cuidadosa que seja, não consegue captar o significado com precisão. A soma dos termos modernos usados para traduzir o termo *logos* acaba por resultar em mais ou menos do que é preciso ou necessário para o entendimento correto do seu significado grego. Em latim o termo *logos* foi traduzido como *verbum* e em português é normalmente traduzido como ordem, razão, discurso, teoria, palavra, justificativa, sentido, estudo e texto.

Seguindo a mesma tradição helênica, não é só o mundo material que é organizado pelo *logos*, o discurso, o pensamento e o conhecimento acerca do mundo só é possível pois estes também são governados por ele. Na música e nas demais artes encontra-se o mesmo princípio. Tanto na produção quanto na apreciação da música (arte das musas) e das outras artes o *logos* deve estar presente. Platão define *episteme* como *doxa* mais *logos*[1]. Dominar o *logos*, ou seja, compreendê-lo é compreender e dominar a ordem das coisas. Nesse sentido Hesíodo apresenta a seguinte fala das musas: "nós sabemos como contar muitas mentiras de modo que pareçam verdadeiras; mas se quisermos, também proferimos o que é verdadeiro" ((BURNET, 1960), *Early Greek philosophy*). O produto artístico e o epistêmico se conectam ao ente pela via do *logos*. Neste caso a arte também pode dizer algo verdadeiro sobre o mundo (conforme a vontade das musas). É possível também que as artes apontem enganosamente para falsas verdades (novamente conforme a vontade das musas).

A memória, importante estrutura do conhecimento, também se qualifica e se constrói a partir da oposição entre ordem e desordem. Acerca disso, é possível recuperar a relação entre surpresa e memória.

Uma importante referência no estudo acerca da memória é o texto *Ad C. Herennium libri IV* (*Ad Herennium* daqui em diante). O livro é um tratado de retórica cujo autor é anônimo e apresenta discursos acerca das cinco partes desta área (*inventio*, *dispositio*, *elocutio*, *memoria*, *pronuntiatio*). A parte IV, que trata da memória remete a fontes gregas, provavelmente tratados gregos de memória já desaparecidos. Segundo (YATES, 2007), *A arte da memória* p 21 *Ad Herennium* é "o único tratado latino conservado sobre o tema". Os comentários de Cícero e Quintiliano sobre esse mesmo assunto não são completos e pressupõem um conhecimento prévio acerca da memória artificial e de sua terminologia.

De acordo com (YATES, 2007), p 26, a relação entre a memória e os aspectos que caracterizam a surpresa está descrita no *Ad Herennium*, III, p xxii conforme reproduzido abaixo a partir da obra de Frances A. Yates citada acima.

"Agora a própria natureza nos ensina o que fazer. Quando vemos em nosso cotidiano coisas triviais, comuns, banais, geralmente falhamos em nos lembrar delas, porque a mente não é estimulada por algo novo ou excepcional. Mas se vemos ou ouvimos algo indigno, desonroso, incomum, grande, inacreditável, ou ridículo, disso conseguimos nos lembrar por muito tempo. Assim, coisas próximas de nossos olhos ou ouvidos tendemos

[1]cf. (PLATO, 1973), *Teeteto*

a esquecer; é frequente nos lembrarmos melhor, por exemplo, de incidentes de nossa infância. Isso acontece porque coisas comuns facilmente fogem da memória, ao passo que as coisas surpreendentes e novas permanecem por mais tempo nela. O sol nascente, seu curso ou o pôr do sol não impressionam porque acontecem diariamente. Mas os eclipses solares são fontes de admiração porque ocorrem raramente. E são ainda mais espetaculares do que os eclipses da lua, pois esses últimos acontecem com mais frequência. Portanto, a natureza mostra que ela não é afetada pelo acontecimento comum, mas é movida por uma nova e surpreendente ocorrência. Deixemos, então, a arte imitar a natureza, encontrar o que deseja, e seguir suas próprias instruções. Porque, no que diz respeito à invenção, a natureza nunca vem em último lugar e nem a educação em primeiro; ao contrário, o início das coisas provém do talento natural e os fins são atingidos por meio da educação."

O texto acima descreve uma interessante característica do funcionamento da memória humana em geral. Segundo o texto, fatos ou objetos surpreendentes ou raros são mais facilmente lebrados do que os fatos comuns. Se esse aspecto pode ser considerado como válido, então já temos um importante papel atrelado à surpresa no processo de construção do conhecimento. Todavia, algumas ressalvas são importantes. Se for considerado qual *tipo* de informação que é mais *facilmente* memorizada, então teremos algumas questões centrais para tratar. O texto não possui rigor científico, suas afirmações, que são tomadas como premissas, não são necessariamente verdadeiras. Isso se dá, pois parte das afirmações tratam de condições psicológicas e subjetivas que são pouco precisas ("...se vemos ou ouvimos algo indigno, desonroso, incomum, grande, inacreditável, ou ridículo, disso conseguimos nos lembrar por muito tempo"). A seguinte questão também problematiza algumas afirmações encontradas: é mais fácil nos lembrarmos da data do último eclipse ou da data do último pôr do sol? Os fatos cotidianos, apesar de não serem *surpreendentes* em geral, formam a estrutura base para o discurso sobre o surpreendente. Portanto, a importância dos fatos corriqueiros está no seu aspecto redundante que possibilita a diferenciação dos objetos não redundantes da comunicação. As informações redundantes são normatizadoras. Isso significa que o normal, a ordem e o corriqueiro condiciona, de certa forma, o anormal, a desordem e o extraordinário. Talvez, não seja possível atrelar o fator surpreendente a um determinado fato ou objeto, mas sim à relação entre esse fato ou objeto e o contexto ao qual ele pertence. É nesse sentido que expomos a surpresa a partir de vários elementos conjugados.

Em um certo sentido, surpresa é algo que surge a partir do extraordinário. Em princípio, o que está em ordem é previsível e não sustenta a possibilidade da surpresa. Leibniz em seu Discurso de metafísica defende que os atos de Deus são sempre de acordo com a sua ordem, porém suas vontades e ações dividem-se em ordinárias e extraordinárias (cf. (LEIBNIZ; MARÍAS, 1994), *Discurso de Metafísica*, 6). O extraordinário é resultado das concepções das criaturas sobre as ações de Deus. Com relação à ordem universal, tudo estaria de acordo com a vontade e o pensamento de Deus. Até mesmo o que parece ser ocasional possui regras que o ordena segundo a razão.

> "Eu digo que é possível achar uma linha geométrica cuja noção seja constante e uniforme segundo certa regra, e tal que passe por todos esses pontos na mesma ordem com que foram traçados pela mão. E, se alguém traçar uma linha contínua, ora reta, ora curva, ora de outra natureza, é possível achar uma noção, regra ou equação comum a todos os pontos dessa linha em virtude da qual as mudanças da linha sejam explicadas. P. ex., não há nenhum rosto cujo contorno não faça parte de uma linha geométrica e não possa ser traçado de uma só vez por meio de certo movimento regulado. Mas, quando uma regra é muito complexa, o que lhe pertence passa por irregular. Assim, podemos dizer que, qualquer que fosse o modo como Deus tivesse criado o mundo, este teria sido sempre regular e teria uma ordem geral" [2]

Assim, o extraordinário que é capaz de gerar surpresa no espírito dos indivíduos não surpreenderia a Deus, pois está em conformidade com as regras que foram criadas por Ele mesmo.

Russell escreveu em seu livro sobre a história da filosofia, no capítulo sobre John Dewey, que a surpresa é o resultado de um teste de validade sobre as nossas crenças ((RUSSELL, 1945), *A history of Western Philosophy*. p. 822). O exemplo usado por Russell é o seguinte: suponha que uma pessoa está descendo uma escada e por engano pensa que já chegou ao piso. Portanto o próximo passo é ajustado para a altura do piso. A pessoa acaba indo ao chão e surpreendentemente verifica que não havia chegado ainda ao piso, ou seja, a surpresa está ligada ao resultado de invalidação de sua crença (não verbal).

[2] (LEIBNIZ; MARÍAS, 1994) *Discurso de Metafísica*, 6.

Nesse caso, a surpresa é uma espécie de estado correspondente a um fato inesperado. A pessoa descrita acima não esperava cair. Logo, como sua queda era inesperada e ela aconteceu, tem-se a surpresa sobre esse fato. Diante disso pode-se concluir que a surpresa é subjetiva?

Segundo o autor do *Principia Mathematica* há uma maneira natural de expressar o ocorrido. Os músculos da pessoa tinham se ajustado para o piso quando a mesma não estava lá ainda. A crença, neste caso, não era algo mental e sim corporal. Foi o seu corpo e não a sua mente que cometeu o erro. Porém, a distinção entre mente e corpo não é nítida e tal questão não pode ser tratada com simplicidade. Uma forma de se escapar a esse impasse seria ajustar a explicação do fato à ideia de um organismo no qual a distinção entre mente e corpo é indeterminada. Dessa forma, alguém poderia dizer que o organismo da pessoa foi ajustado da maneira apropriada para ela, se estivesse no piso, mas de fato ela não estava. Este desajuste constitui um erro. A conclusão é que a pessoa "sustentou" uma crença falsa. Todavia, é importante considerar a seguinte questão: existe diferenças entre a surpresa do ponto de vista da lógica, e a surpresa do ponto de vista da física ou da matemática?

A surpresa, também pode ser considerada como algo gerado a partir de uma auto-consciência. A situação que surpreende é aparentemente conhecida ou apresenta-se como algo que é aparentemente conhecimento. Pensa-se que já se sabe o que há. Porém, ao se conhecer de fato o objeto que antes era apenas aparentemente conhecido, a situação (pode) torna-se também o conhecimento de algo ignorado e não esperado. Portanto tem-se a surpresa. Um determinado agente se surpreende, pois adquiri consciência de sua ignorância e, consequentemente, o agente se coloca diante de um elemento novo no mundo, a saber: o objeto ou evento ignorado que gerou a surpresa. Uma questão importante aqui, se refere à capacidade de alguém criar uma situação surpreendente para si próprio. É possível que alguém se surpreenda com algo que sua própria mente criou? Em um sonho, somos capazes de nos surpreendermos e nos assustarmos com situações criadas pela nossa própria mente (sem participação direta do mundo externo). Um autor que concebe uma peça de teatro poderia criar uma personagem que o surpreendesse? Essas questões tratam basicamente das relações epistêmicas de um sujeito com sua própria mente. Se estendermos a questão sobre a possibilidade de auto-surpresa dos sujeitos para o discurso acerca da liberdade física (ou acerca do determinismo), então é adequado apresentar um questionamento crítico acerca da posição de Leibniz.

> Se permitirmos que a relação entre Deus e as pessoas seja análoga à de um autor e de seus heróis criados, então, se um autor polifônico pode criar personagens capazes de surpresa genuína, Deus pode ter criado as pessoas polifonicamente também. Ele pode ter deliberadamente criado o mundo como sendo um conjunto de processos verdadeiramente abertos, onde não se pode prever o que acontece porque a liberdade humana realmente existe. [3]

3.2 Uma definição epistêmica de surpresa

A surpresa, a admiração e outros estados correlatos, apesar de importantes para a compreensão da estrutura do conhecimento e da ignorância não receberam a devida atenção na filosofia e ciências modernas ou contemporâneas. Argumentaremos que é possível fazer uma análise filosófica, lógica e sistemática do papel da surpresa e do espanto para a teoria do conhecimento e, portanto, que ignorar o estudo filosófico sistemático de tais estados é um erro.

Para tanto, usaremos a noção de onisciência e de aposta além de outras noções já indicadas como *contexto* e *informação*. A possibilidade da onisciência é criticada por Patrick Grim através de um argumento que faz uso dos conceitos envolvidos no teorema das partes de um conjunto de Cantor. Segundo esse autor, um ser onisciente deve conhecer, por exemplo, todas as proposições que são verdadeiras e portanto pertenceria ao conjunto V contendo todas as proposições verdadeiras. Todavia não existe um conjunto contendo todas as verdades. A prova é simples e segue a mesma estrutura da prova de que o conjunto das partes de um conjunto S é estritamente maior do que o conjunto S. Suponha que exista um conjunto V contendo todas as proposições verdadeiras. Seja P(V) o conjunto das partes de V. Tome alguma verdade T1. Para cada membro M de P(V), T1 é membro de M ou não. Assim, para cada membro de P(V), existe uma proposição verdadeira que especifica a propriedade do conjunto de possuir ou não T1. Nesse caso a quantidade de proposições verdadeiras tem cardinalidade $|P(V)|$. Pelo teorema das partes, a cardinalidade de P(V) é estritamente maior do que a cardinalidade de V e portanto V não é o conjunto de todas as proposições verdadeiras. A objeção a este

[3] (CRAIG, 1998) *Routledge Encyclopedia of Philosophy.*

argumento é possível se for negada a seguinte sentença “para toda proposição p, se p é verdadeira, então o ser onisciente conhece p”, pois essa sentença pressupõe a existência de um conjunto de todas as proposições verdadeiras.

Definiremos a seguir a “pressuposição de onisciência”. A pressuposição de onisciência não é onisciência no sentido acima. Tem-se uma onisciência restrita à uma propriedade de um certo conjunto de proposições descritivas e não à todas as proposições verdadeiras. Nesse caso podemos dizer que é um quantificador universal limitado que caracteriza a definição da pressuposição de onisciência. É importante diferenciar esses dois tipos de onisciência. A primeira pode ser denominada Onisciência Absoluta e a segunda, Pressuposição de Onisciência.

Há uma pressuposição de onisciência do (para o) ser humano. Esta característica é dada pela pressuposição de alguma ordem anterior que seja compreensível (inteligível) na natureza. O fato de se intuir ou pressupor a ordem anterior gera um sentimento de conhecimento fundado a priori e que determinará todo o conhecimento posterior, e daí a onisciência. Todavia, seres que aprendem não são oniscientes e seres humanos são desta espécie. O aprender sugere esta onisciência em algum sentido (ou um certo grau de onisciência). O aprendizado pode ou não ser racionalmente determinado. Para tanto, o aprendiz sabe, ou pressupõe saber, oniscientemente, algo sobre si mesmo. Sabe-se, por exemplo, o que é esperado e o que não é, e este conhecimento opera em um dado nível. Assim, adéqua-se o cosmo ao conhecer de modo que a onisciência deva sempre funcionar em pelo menos um nível conhecido. Os níveis são determinados por iterações da modalidade de conhecimento. Sabe-se que não há, atualmente, um conhecimento dominado sobre o todo. Saber isso já é um indício de um grau de conhecimento sobre o todo. Sabe-se também que objetos se comportam normalmente de uma maneira esperada e que, para os casos que não há uma tal possibilidade, isso também será conhecido. Em outras palavras, sabe-se quando se pode razoavelmente conhecer o comportamento de um objeto e quando isso não é o caso. É evidente que trata-se de uma abordagem do conhecimento do ponto de vista da informação. Um outro elemento aqui destacado é que esse conhecimento se dá no espaço cognoscível em que o sujeito do conhecimento é também objeto deste. Portanto a pressuposição de onisciência se dá sobre o que se sabe sobre o próprio conhecimento. Uma outra maneira de declarar isso é pensar tal onisciência do ponto de vista da possibilidade da obtenção de informações. Pensa-se assim que é possível saber quais informações podem ou não ser obtidas e qual o nível de complexidade envolvido neste processo.

Podemos reformular a pressuposição de onisciência (PO) usando conceitos da teoria dos jogos da seguinte forma:

A onisciência em questão se dá sobre a disposição do quanto apostar acerca do que se pode prever. Sabe-se, portanto, o valor de todas as possíveis apostas e as chances de se ganhar em um determinado cenário. Aposta-se alto sobre objetos ou comportamento de objetos que são conhecidos como altamente confiáveis (por exemplo, a queda de uma pedra ao ser abandonada no ar e próxima à superfície terrestre). Por outro lado, aposta-se muito baixo, não se aposta ou aposta-se alto no inverso acerca de fenômenos cuja imprevisibilidade seja alta (o acerto da face de mil lances seguidos de uma moeda). A surpresa nada mais é do que a proporção inversa a da aposta, ou seja, ganhar neste jogo quando se esperava perder e perder quando se esperava ganhar. A expectativa de ganho ou derrota pode ser calculada pelo valor da aposta citada. Assim, se uma pedra flutuar, significa que o agente epistêmico se surpreende sse a aposta para que a pedra caia seja bem alta, e para o outro exemplo, se ocorrer o acerto do palpite da face do sorteio de uma moeda não viciada por mil vezes consecutivas sse a aposta sobre este evento for nula ou muito baixa ou a aposta no inverso do resultado for alta.

O mundo é comunicado por descrições e narrações passíveis de serem interpretadas. Descrições e narrações são constituídas por elementos informativos assim como as suas interpretações. Dessa forma, As teorias sobre o funcionamento do universo ou da realidade são organizações de informações (descrições, narrativas e interpretações) em função da pressuposição de onisciência. Organizam-se conceitos de modo que estes possam ser mantidos inalterados pelo maior tempo possível fornecendo-se assim importantes elementos para se ganhar o maior número possível de apostas como as que foram descritas acima. A surpresa surge de uma certa pertubação (excitação: quando a pertubação já é previamente conhecida em termos de quantidade de energia por exemplo). A partir dela, surge a necessidade de se formular questões (enigmáticas) condizentes com as alterações imputadas ao sistema explanatório pela ocorrência do fato surpreendente. Essa explicação mostra a existência de uma “ressonância” entre a surpresa e o conceito de explanação e a de teoria contida na descrição do aparecimento da surpresa. De acordo com *The Blackwell Dictionary of Western Philosophy*, explanação é a diminuição da surpresa.

> (Explanação) é um relato que nos diz caracteristicamente por que algo existe ou acontece ou deve existir ou acontecer. Explanar é aumentar o conhecimento, remover a perplexidade e diminuir a surpresa. Todas as teorias tem a função de explanar algo, mas a natureza da explanação é uma questão filosófica. [4]

A *pressuposição de onisciência* concerne a projeções de conhecimento e ao conhecimento sobre estas projeções. A surpresa consiste na falha desta pressuposição.

Em estado normal, um agente epistêmico possui a *pressuposição de onisciência* se pressupõe conhecer a previsibilidade de fatos a partir de sua própria capacidade cognitiva. Assim, enquanto está sob essa pressuposição, o agente supõe saber o seu nível de conhecimento acerca dos todos os objetos que o cerca.

É possível, como foi dito acima, compreender esta noção como sendo o conhecimento do agente sobre si mesmo em relação a disposição em fazer apostas sobre o comportamento dos objetos presentes a sua volta. Em outras palavras, é a pressuposição de se saber o valor de todas as possíveis apostas em um jogo que trata do conhecimento sobre o conhecimento dos objetos que cercam o apostador (que é o agente em questão). Portanto a *surpresa* pode ser definida como sendo a *quantidade de perda de apostas efetuada sobre uma distribuição de probabilidade*. Se o agente se surpreende por ganhar diversas apostas que ele considerava como sendo de baixa probabilidade a surpresa irá residir no fato de que ele atribui um alto valor de meta-apostas na perda das apostas. Por exemplo, um agente se surpreende ao acertar uma sequência de 50 lançamentos seguidos de moeda justamente por apostar muito alto no fato de não acertar essa sequência.

A noção de surpresa pode ser definida também em um sistema lógico formal (dedutivo) como algo que depende do tamanho ou complexidade de uma prova ou da quantidade efetiva de variáveis proposicionais que são relevantes. Assim, um teorema é mais surpreendente do que outro se possui uma prova maior (em mais passos), ou seja, mais complexa.

[4](BUNNIN; YU, 2004) *The Blackwell Dictionary of Western Philosophy*, pp 240-1.

Uma outra interpretação disso é que, no conjunto dos teoremas, podemos identificar aqueles que fazem parte do núcleo da teoria (os mais próximos dos axiomas) e aqueles que estão mais distantes ou mais à margem (os mais surpreendentes). Nesse caso, um fator importante para a quantificação da surpresa poderia ser o tempo gasto por um agente para se provar um teorema (ou mesmo o tempo que se supõe gastar para se concluir tal tarefa).

A aproximação deste ponto de vista com a teoria dos jogos é a seguinte. Teoremas mais próximos dos axiomas (neste sentido) são aqueles para os quais os agentes tende a fazer maiores apostas a favor e menores apostas contra. O inverso acontece com os teoremas que estão nas margens.

Contudo, para uma melhor abordagem sobre esta teoria da surpresa, é preciso considerar antes uma teoria generalizada da informação e, posteriormente, uma epistemologia baseada nesta teoria generalizada da informação e na teoria dos jogos. O primeiro fator é importante para caracterizar o tipo de consciência que um agente possui sobre o seu conhecimento sobre o mundo. A quantidade de informações estruturadas conhecidas por um agente é decisiva para que este avalie suas apostas possíveis. Uma epistemologia baseada no conceito de estrutura de um conjunto de informações seria uma teoria capaz de modelar as possibilidades de conhecimento de conjuntos de agentes a partir do conceito citado. Essa etapa não será desenvolvida na presente tese, todavia é um dos possíveis trabalhos a ser desenvolvido futuramente. Portanto, de acordo com os propósitos acima descritos é necessário levar em conta aspectos e resultados da teoria da informação como veremos abaixo.

3.3 Teoria da informação

Apresentamos a seguir alguns aspectos do estudo da teoria da informação e da filosofia da informação. Para tanto utilizaremos como base os textos (FLORIDI, 2010), *Information, a very short Introduction*; (HINTIKKA, 2007), *Socratic Epistemology: Explorations of Knowledge-Seeking by Questioning* e (HINTIKKA, 1999), *Inquiry as Inquiry: A Logic of Scientific Discovery.*

O termo "informação" vem do latim *Informatio, -onis*, que, assim como em português é substantivo feminino (ver (FARIA, 1962), *Dicionário escolar latino-português*). Na literatura clássica, encontramos seu uso na literatura latina com o sentido próprio de "ação de formar". Também pode significar "representação" tal como usado em (CICERO, 2011), *De Oratore* 2, 358. Algumas noções próximas podem estar relacionadas à noção de informação no seu sentido latino tal como esboço, plano, ideia, concepção (ver (CICERO, 2012), *De Natura Deorum* 1, 43). Já no sentido sentido figurado o termo em latim significa formação, forma e a explicação de uma palavra pela etimologia (ver (CICERO, 1867), *Partitiones Oratoriae* 102).

Em termos mais técnicos, assim como no seu uso clássico, o conceito de informação é normalmente considerada como possuindo vários significados. Cada tipo de explicação acerca desse conceito pode ser associado à perspectiva que se adota para analisá-lo. Portanto, é comum encontrar autores que não adotam uma concepção simples para o termo em questão.

Deve-se observar que a polissemia não é um fator impeditivo para o uso do termo informação. Não se deve também confundir polissemia com indefinibilidade. Uma coisa e ter vários significados e outra muito diferente é não ter nenhum. A informação é um exemplo do primeiro caso. Assim como o termo política, que também é polissêmico, o conceito de informação pode sim ser usado sem que se tenha definido qual dos seus significados é o mais geral ou o mais "verdadeiro". Basta, para tanto, que haja um certo cuidado em seu uso. Nesse sentido, deve-se indicar sempre que possível a acepção que se está considerando nos diferentes contextos de uso.

Warren Weaver (1894-1978), um dos pioneiros a conseguir resultados sobre máquinas de tradução e co-autor com Claude Shannon (1916-2001) do célebre texto *The Mathematical Theory of Communication* defendia que a análise do conceito de informação está dividida em três partes:

1) Problemas técnicos referentes à quantificação da informação (tratados pela teoria de Claude Shannon);

2) Problemas semânticos relacionados ao significado e ao valor de verdade; e (inicialmente tratado por Rudolf Carnap, Yehoshua Bar-Hillel e Jaakko Hintikka)

3) Problemas de influência, ou seja, problemas acerca do impacto e da efetividade da

informação nos comportamentos e no desenvolvimento do conhecimento humanos (Fred Dretske e Keith Devlin).

Alguns autores consideram que a humanidade pode ser analisada do ponto de vista da forma como a informação é tratada. Assim, podemos definir uma espécie de ciclo de vida da informação que expõe os princípios que orientam o tratamento da informação assim como as tecnologias e sistemas correspondentes a cada sociedade. Segundo (FLORIDI, 2010), *Information, a very short Introduction* cap. 1, o ciclo de vida da informação inclui principalmente as seguintes características:

Ocorrência: com questões referentes à descoberta, projeto, autoria, etc.

Transmissão: com questões referentes à *networking*, distribuição, acesso, etc.

Processamento e administração: com questões referentes à coleta, validade, transformação, organização, indexação, classificação, etc.

Uso: com questões referentes à modelagem, monitoramento, análise, tomada de decisões, aprendizagem, etc.

A figura *Ciclo vital da informação* representa esse ciclo.

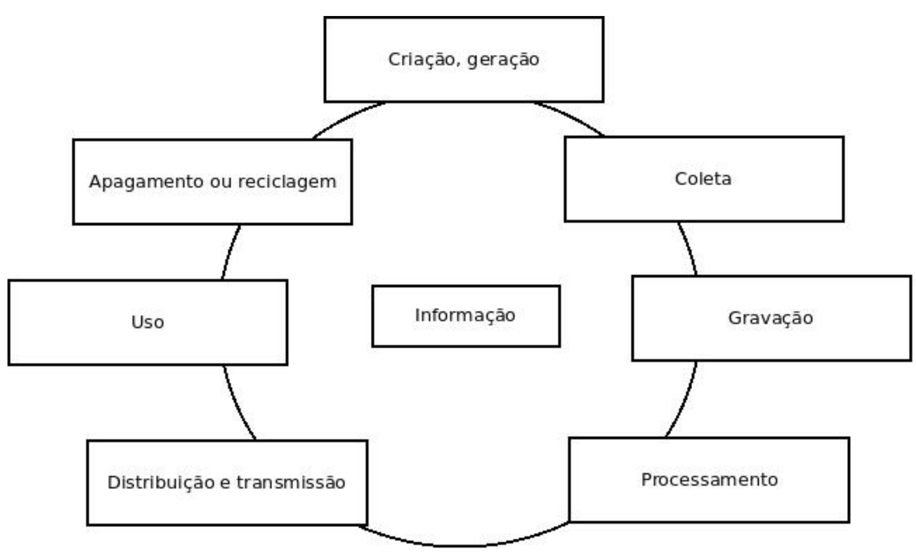

Figura 3.1 - Ciclo vital da informação

Apenas recentemente o progresso humano começou de fato a depender do ciclo de vida da informação. A figura acima deve ser vista como um relógio, ou seja, é percorrida em ciclos que começam com a *criação ou geração* e terminam com o *uso* eo possível *apagamento* ou *reciclagem*. Segundo Floridi[5], em termos da história da humanidade, do ponto de vista do processamento da informação, temos basicamente dois grandes ciclos. O primeiro que começa com a revolução agrícola e vai até era do bronze e o segundo que vai da era do bronze à revolução da informação. Cada um desses ciclos corresponde a seis milênios de nossa história. Durante esse período de tempo as tecnologias da informação e comunicação estavam envolvidas inicialmente com a gravação e a conservação da informação e recentemente passou a tratar do processamento e da produção de sistemas de informação (principalmente depois dos trabalhos de Alan Turing (1912-1954) e da difusão dos computadores). Hoje em dia, devido aos avanços tecnológicos referentes à informação, o funcionamento e o crescimento de algumas nações geram uma imensa quantidade de dados (mais dados do que toda a humanidade gerou até meados do século XX) (cf. (FLORIDI, 2010), *Information, a very short Introduction* cap. 1).

Ainda de acordo com (FLORIDI, 2010) existe uma demanda de pesquisa acerca das "raízes" filosóficas da *sociedade da informação*.

> "A sociedade da informação é como uma árvore que tem desenvolvido seus vastos ramos muito mais amplamente, apressadamente e caoticamente que suas raízes conceptuais, éticas e estruturais."[6]

Isso indica uma necessidade de se dar mais espaço para a pesquisa filosófica acerca do conceito de informação. Concordaremos com essa conclusão, porém não com os argumentos apresentados para sustentá-la. Floridi destaca por exemplo que fraudes envolvendo identidades falsas causaram um prejuízo de $52.6 bilhões apenas em 2002 nos Estados Unidos. [7], *Information, a very short Introduction*. Todavia, o exemplo usado por esse autor não é o mais indicado. A filosofia da informação deve ser primeiramente

[5](FLORIDI, 2010), *Information, a very short Introduction*, capítulo 1

[6](FLORIDI, 2010) *Information, a very short Introduction*, cap. 1.

[7]As a simple illustration, consider identity theft, the use of information to impersonate someone else in order to steal money or get other benefits. According to the Federal Trade Commission, frauds involving identity theft in the US accounted for approximately $52.6 billion of losses in 2002 alone, affecting almost 10 million Americans. (FLORIDI, 2010)

tratada pela motivação epistêmica e ter isso como objeto de orientação. O argumento é basicamente o seguinte: não há uma metafísica ou epistemologia que tome por base o conceito de informação e pensar uma ética da informação partindo-se de problemas financeiros em determinadas nações causados por determinados tipos de fraudes é no mínimo um problema mais técnico da área da economia do que um problema ético de caráter filosófico. Por outro lado, uma vez que a constituição dos saberes e, portanto, dos sistemas de pesquisas científicas dependem fortemente do entendimento do caráter epistêmico da informação defendemos que problemas ou enigmas que envolvam um sistema de saberes (como qualquer tipo de enigma ético, metafísico ou científico) devem antes ser considerados do ponto de vista epistêmico da informação. Essa noção de filosofia da informação apresentada por Floridi não corresponde com a noção de filosofia apropriada para a epistemologia. Existe aí uma ética e uma moral subjacente que está sendo omitida e portando não está sendo considerada à luz da sociedade da informação. O valor econômico financeiro da informação não pode ser a motivação para o desenvolvimento de uma filosofia da informação. Defenderemos que antes do valor econômico a filosofia da informação deve ser construída com base em valores epistêmicos. Por fim, uma filosofia da informação que é motivada por correções em um sistema financeiro não interessa para a ciência, mas sim para a conservação de sistemas políticos a ela atrelada.

Todavia, existe um acordo entre a proposta aqui presente e uma outra ideia apresentada por Floridi na última parte do parágrafo analisado a saber:

> "Aplicando a analogia anterior, enquanto a tecnologia se mantém em um crescimento de baixo-para-cima, esta é a hora certa de cavarmos mais profundo (de cima-para-baixo) no sentido de expandir e reforçar o nosso entendimento conceitual da nossa era da informação, de sua natureza, de suas implicações menos visíveis e do seu impacto sobre os seres humanos e o bem estar ou conservação do meio ambiente e assim nos darmos a chance de anteciparmos dificuldades, identificarmos oportunidades e resolvermos problemas."[8]

De fato estamos tratando aqui da questão acerca das possibilidade de análise e resolução de problemas do ponto de vista da teoria da informação. Para tanto, é necessário um tratamento mais filosófico do conceito de informação. Esse tratamento deve passar por uma discussão metafísica (acerca das possíveis considerações metafísicas sobre

[8](FLORIDI, 2010) *Information, a very short Introduction*, cap. 1

uma realidade constituída de informações e não mais de substâncias) e chegar a uma discussão epistêmica (acerca do papel da informação na constituição e dinâmica do conhecimento).

Um conceito importante para se desenvolver os aspectos teóricos da informação é o de *inforg*. Em muitas situações não somos entidades isoladas, mas sim organismos informacionalmente interconectados, compartilhando o ambiente com outros agentes biológicos. Podemos considerar também o ambiente global de vivência desses agentes como sendo constituídos basicamente de informação. Dessa forma definiremos esse ambiente informacional como sendo uma *infosfera* ou o ambiente informacional constituído por todos os processos, serviços, entidades e agentes informacionais bem como suas propriedades, interações e relações mútuas. Cabe observar aqui que essa noção de de *inforg* não deve se confundir com a de *Ciborgue* ou com a de um ser modificado geneticamente. O cientista que representa uma quarta revolução científica [9] é o Alan Turing (1912-1954). A *quarta revolução*, segundo Floridi, trás à luz a natureza intrinsecamente informacional dos agentes humanos. O principal ponto destas novas definições não são tão materiais e tangíveis. O que está em pauta é basicamente a transformação radical do nosso entendimento do que seja a ralidade ou da nossa compreensão sobre o que somos a partir do uso de categorias informacionais para descrição e entendimento do nosso ambiente e de nós mesmos. Essa revolução se refere portanto a um deslocamento ou reavaliação da "quarta categoria" fundamental do universo. Nas outras revoluções, tais reavaliações e deslocamentos se deram sobre a nossa posição espacial no universo, o nosso papel e lugar em relação às demais espécies e o centro ou fundamento de nossa própria consciência. Segundo Floridi "nós estamos modificando diariamente nossas perspectivas e a natureza última da realidade, isto é, nossa metafísica está passando do viés materialista no qual os objetos e processos desempenham um papel chave, para uma informacional. Essa mudança significa que os objetos estão se *des-fisicalizando no sentido que eles tendem a ser visto como algo independente de suporte ou apoio.*"[10] Os dados que perfazem,

[9]as outras três foram engendradas, de acordo com Luciano Flortidi, por Nicolau Copérnico (1473-1543), Charles Darwin (1809-1882) e Sigmund Freud (1856-1939) (cf. (FLORIDI, 2010) *Information, a very short Introduction*, cap. 1)

[10]We are modifying our everyday perspective on the ultimate nature of reality, that is, our metaphysics, from a materialist one, in which physical objects and processes play a key role, to an informational one. This shift means that objects and processes are de-physicalized in the sense that they tend to be seen as support-independent.(FLORIDI, 2010) *Information, a very short Introduction*, cap. 1

por exemplo, uma música são perfeitamente clonáveis de tal forma que a cópia e o original passam a ser completamente indistinguíveis. Por fim, critérios como o de existência como a ausência de modificação (que, conforme o pensamento grego antigo, tem um sentido de imutabilidade) ou de ser passível de percepção (como em um empirismo mais moderno) estão abrindo espaço para um outro a saber: o de *interação* (ainda que intangível). "Ser é ser interagível, mesmo que a interação seja apenas indireta." [11]

Uma vez que há uma relação interessante entre informação e propriedade de um objeto, pode-se pensar o impacto, em termos de informação, do advento da revolução industrial. A partir desse momento da história da humanidade houve uma importante mudança de caráter na maneira como nos referimos às coisas que estão no mundo. Objetos industrializados são virtualmente idênticos enquanto a natureza não está tão comprometida com cópias idênticas. Chegamos então ao passo seguinte e proporcionamos a possibilidade até mesmo de se clonar mamíferos. Porém, uma das coisas que importa, a partir desse discurso, é tratar da relação entre a informação e dados (no sentido de *átomos* de diferença). Dados são átomos de diferença. Em nosso contexto, consumimos muitas vezes objetos de um determinado modelo sendo portanto substituíveis (por exemplo, se apresentar um defeito de fábrica, o trocamos por outro do mesmo modelo e isso sugere que não há prejuízo para quem está consumindo). Assim a revolução informacional pode ser vista como uma radicalização desse processo iniciado na revolução industrial.

Algumas características da *informação* são intuitivamente quantitativas. Informações podem ser codificadas, guardadas (ou arquivadas) e transmitidas. É de se esperar que também seja aditiva e não-negativa. Em termos de quantidade, existem pelo menos três unidades diversas para a informação:

1) a unidade de informação seletiva, denominada "bit";

2) a unidade de informação estrutural, denominada "logon"; e

3) a unidade métrica da informação, denominada "metron".

Apresentaremos primeiramente, uma caraterização resumida das unidades de informação 2) e 3) e depois, nos concentraremos e desenvolveremos apenas a unidade de infor-

[11](FLORIDI, 2010) *Information, a very short Introduction*, cap. 1

mação 1).

MacKay (cf. (MACKAY, 1950), *The Nomenclature of Information Theory*) propõe a seguinte definição geral para o logon: "o que possibilita que um novo grupo ou categoria perceptível seja acrescentado à representação". Por exemplo, se em um gráfico temos uma representação bidimensional de um determinado fenômeno, podemos acrescentar uma nova dimensão para representar um aspecto adicional deste. Todavia, é necessário notar que certas unidades da dimensão adicionada devem ser significativas para que novas informações sejam efetivamente apresentadas.

Segundo Elwin Edward, R. A. Ficher foi o primeiro a usar a expressão "quantidade de informação" no sentido de informação métrica. Esse tipo de mensuração permite, através de medições reiteradas, avaliar o acréscimo de precisão com que se pode calcular um parâmetro (cf. (EDWARDS, 1964), *Introdução à Teoria da Informação*, p. 132). Já a unidade de informação métrica, o metron, é definida por MacKay como "o que fornece elemento [de prova] para um padrão" ((MACKAY, 1950), *The Nomenclature of Information Theory*). O conteúdo em metrons de um logon singular "pode ser imaginado em termos do número de acontecimentos individuais que se...*condensaram* para formá-lo"((MACKAY, 1950), *The Nomenclature of Information Theory*).

Informação e dado

Segundo Luciano Floridi, os estudiosos da teoria da informação podem ser classificados em três classes distintas (ver artigo (FLORIDI, 2004), *Information*):

1 - os reducionistas

2 - os anti-reducionistas

3 - os não reducionistas

1 - Os reducionistas sustentam a possibilidade de uma "teoria unificada da informação". Tal teoria unificada seria capaz de capturar o conceito de informação da maneira mais geral possível. Os reducionistas tentam mostrar que todos os tipos de informação podem ser reduzidos conceitualmente, geneticamente ou genealogicamente à algum Ur-conceito

genérico.

2 - Os anti-reducionistas acentuam o caráter multifacetado do conceito de informação e de seu fenômeno correspondente. Eles defendem radicalmente a irredutibilidade dos diferentes tipos de informação em um único tipo. Consequentemente, os anti-reducionistas sustentam a não possibilidade de uma teoria unificada da informação, mas sim o estudo em separado dos vários significados deste termo. Um reducionista mais brando poderia ainda tentar argumentar que a polissemia do termo informação têm origem em uma única família de conceitos, porém a réplica dos anti-reducionistas consiste em afirmar que nem mesmo uma família de conceitos seria coerente e que a fonte de tal diversidade está em múltiplas raízes independentes entre si.

3 - Já os não-reducionistas tentam escapar a essa dicotomia entre reducionistas e anti-reducionistas. Uma das estratégias dos não-reducionistas para conseguir tal objetivo é substituir o modelo hierárquico dos reducionistas por uma rede de conceitos interligados onde as ligação são definidas por influências diversas e dinâmicas não sendo necessariamente genéticas ou genealógicas. Há, desta forma, um deslocamento do núcleo do modelo, tornando-se possível a existência de vários núcleos ao mesmo tempo.

Tradicionalmente, a teoria da informação é compreendida a partir do ponto de vista estatístico. Isso acontece, pois trabalhos importantes e fundadores (cf. (SHANNON; WEAVER, 1949), *The Mathematical Theory of Communication*) dessa disciplina foram feitos com essa orientação. A concepção de situação de comunicação nesses textos é dada como aquela na qual um sinal é escolhido por uma classe específica para ser transmitido por um canal, mas a saída do canal não é determinada pela entrada. Ao invés disso, o canal é descrito estatisticamente por uma distribuição de probabilidade dada sobre um conjunto de todas as possíveis saídas para cada entrada permitida. Na saída do canal, o sinal recebido é observado e uma decisão deve ser tomada, onde o objetivo principal dessa decisão é identificar uma propriedade do sinal de entrada o mais próximo possível do original (cf. (ASH, 2000) *Infomation Theory*, prefácio).

No início do capítulo 2 do livro (FLORIDI, 2010), *Information, a very short introduction* encontra-se a descrição da seguinte situação (chamaremos esse caso de contexto 1):

Em uma segunda-feira de manhã, João gira a chave de ignição do seu carro, mas nada *acontece: o motor nem mesmo "tosse". Esse silêncio o preocupa. Procurando com mais cuidado ele nota que o indicador luminoso da bateria indica que ela está descarregada. Depois de algumas tentativas fracassadas ele desiste e liga para a oficina. Por telefone, ele explica que no dia anterior à noite, sua esposa se esqueceu de desligar os faróis do carro (isso é mentira, pois foi o próprio João que esqueceu e ele tem vergonha de admiti-lo) e agora a bateria está descarregada. O mecânico fala para João dar uma olhada no manual do proprietário que possivelmente haverá uma seção sobre como ativar a bateria ou ligar a ignição por meios alternativos. Por exemplo: fazer o carro pegar no "tranco". Felizmente o vizinho de João tem tudo o que ele precisa. Ele lê o manual, vê as ilustrações, fala com seu vizinho, segue as instruções e resolve o problema e finalmente dirige até seu escritório.*[12]

Situações análogas a essa são bastante comuns. Em algumas delas é possível encontrar soluções sem mesmo conhecer qual é o verdadeiro problema. Por exemplo: *uma pessoa **A** comprou um notebook e quer instalar um sistema operacional diferente daquele vindo da fábrica. Veio o sistema x e ela quer instalar o sistema y. Porém não consegue fazê-lo porque o computador desliga sozinho no meio do processo de instalação. Pesquisando em fóruns da internet em um outro computador, **A** descobre que o aparelho possivelmente desliga porque ele está superaquecendo. Todavia, **A** não sabe o que está causando o superaquecimento. Dada essa informação, **A** percebe a necessidade de se usar uma fonte de ventilação para auxiliar o sistema de refrigeração do cpu. O agente **A** desliga o notebook, espera uns instantes e tenta instalar o sistema operacional aplicando o auxílio de ventilação por meio de ventiladores externos à máquina. A solução funciona e **A** consegue instalar o sistema operacional y.* **A** não sabe o que causou o superaquecimento, porém consegue solucionar o problema com as informações que conseguiu colher (chamaremos a essa situação de contexto 2). Da mesma forma, seria possível para João solucionar o problema de seu carro mesmo se não soubesse o que causou o descarregamento de sua bateria. As descrições acima podem ser usadas para explicitar o mapa conceitual do termo *informação*.

O uso do conceito de informação está frequentemente ligado ao estudo do fenômeno da comunicação. Neste contexto há um forte interesse em sistematizar o que pode

[12] Cf. (FLORIDI, 2010) *Information, a very short Introduction*, cap. 2.

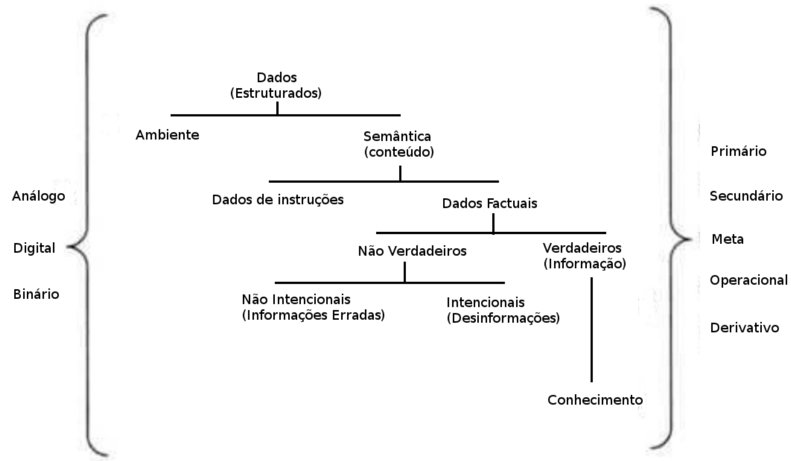

Figura 3.2 - Mapa conceitual da informação

ser denominado conteúdo semântico objetivo da comunicação. Estes conteúdos podem possuir tamanhos, formas, e valores diversos e é considerado uma importante referência nos estudos desse conceito. A codificação e a transmissão de informações também pode ter diferentes tipos de implementação física, porém pode-se argumentar que a existência da informação independe de sua codificação ou transmissão. Por exemplo, o dicionário de filosofia da *Cambridge press* define informação da seguinte forma:

> Informação é "uma entidade objetiva (independente da mente). Ela pode ser gerada ou transportada por mensagens, (palavras, sentenças) ou por outros produtos de agentes cognitivos (interpretes). A informação pode ser codificada e transmitida, mas a informação poderia existir independentemente de sua codificação ou transmissão" [13]

Essa proposta sugere que a informação tenha uma estrutura parcialmente abstrata. Defender que ela possa ter existência sem estar codificada ou em uma transmissão é como defender a existência de números independentemente deste possuir um símbolo que o represente (por exemplo, o zero antes de sua concepção pelos indianos). Essa ideia também parece estar próxima a um certo tipo de platonismo.

[13](AUDI, 2008) *The Cambridge Dictionary of Philosophy.*

Tendo em vista que nos últimos anos muitas análises têm convergido para uma tentativa de se produzir uma *Definição Geral de Informação* (DGI) em termos do conteúdo semântico e tendo como parâmetros os *dados* e o significado.

As DGIs tem se tornado um padrão operacional principalmente em áreas que tratam de *dados* e informação como sendo entidades reificadas como, por exemplo, a ciência da informação; teoria do sistema de informações, metodologia, análise e design; administração (de sistemas) de informação; projetos de banco de dados; e Teoria da Decisão. Recentemente a DGI começou a ter influência sobre áreas como a filosofia da computação, da informação, da ciência e da mente (ver (FLORIDI, 1999), *Philosophy and Computing, An Introduction* e (MINGERS, 1997), *The Nature of Information and its Relationship to Meaning*). Floridi apresenta em seus textos as DGIs da seguinte maneira:

DGI: σ é uma instância de informação, entendido como conteúdo semântico objetivo, se e somente se:

DGI1: σ consiste de n dados (d), para $n \geq 1$;

DGI2: os dados são bem formados (dbform);

DGI3: os (dbform) possuem sentido (dbform = δ)

Assim, de acordo com DGI1, a informação é feita de dados. DGI2 estabelece as condições sintáticas de estruturação desses dados. Portanto o termo "bem formado" significa que os dados estão dispostos de uma maneira correta de acordo com as regras (sintáticas) que governam os sistemas, códigos e linguagens que estão sendo usados. O termo "sintaxe" deve ser entendido aqui em sentido lato, não apenas linguístico, como sendo o que determina a forma, a construção, a composição, estruturação dos objetos ou símbolos usados. Em nosso exemplo acima (contexto 2), é possível que **A** tivesse visto no fórum um desenho indicando a maneira correta de se posicionar um ventilador em relação ao notebook. Essa sintaxe pictórica ou imagética torna a ilustração potencialmente relevante para **A**. O mesmo pode acontecer em relação ao João (contexto 1) e alguma imagem do manual que mostre a maneira como se deve proceder para fazer o carro pegar no tranco. Ainda acerca desse ponto (contexto 2), os fios que ligam o *cooler* do computador devem estar ligados de uma determinada forma para que funcionem corretamente (isso ainda faz parte da sintaxe em termos de uma correta arquitetura física do sistema e portanto, um fio desconectado pode ser considerado um problema sintático). De acordo com DGI3 os dados bem formados devem ter sentido ou significado. Portanto, a DGI3 refere-se à parte semântica dos dados. Assim, "ter significado" implica que os dados devem cumprir certas demandas identificadas nos sistemas de códigos e linguagem escolhidos. Contudo, saber como é possível e quais os aspectos que permitem que dados sejam significativos em sistemas semióticos tais como uma linguagem natural é um problema extremamente complexo. Esse problema é conhecido no estudo da semiótica como o problema da fundamentação simbólica (*symbol grounding problem*).

Marcos Fernando Lopes da universidade de São Paulo (USP) está desenvolvendo um trabalho acerca desse tema sob a supervisão de Stevan Harnad da universidade de Quebec no Canadá. O título desse trabalho é *O problema da fundamentação simbólica e a gênese das categorias semânticas*. É interessante notar que Fernando Lopes defende que a semântica clássica da lógica é insuficientemente para se tratar esse problema:

> "Dois dos temas de pesquisas centrais das ciências cognitivas e, em especial, da semântica na linguística cognitiva, são a categorização e o problema da fundamentação simbólica. A primeira é indissociável da noção de classe, embora seja improvável, do ponto de vista da cognição humana, que essas classes sejam formadas assim como os conjuntos matemáticos clássicos, isto é, baseados em uma semântica bivalente"[14]

Além disso, outras questões importantes são apontadas no resumo desse projeto, como, por exemplo, o argumento de Searle (1980) acerca do quarto chinês:

> "Quanto ao Problema da Fundamentação Simbólica, este é derivado do postulado segundo o qual a significação dos símbolos não deve fundamentar-se exclusivamente em outros símbolos igualmente dessemantizados (Harnad, 1990). A circularidade semanticamente estéril da troca de símbolos por símbolos foi apontada por Searle (1980), em seu Argumento do Quarto Chinês contra o Teste de Turing (Turing, 1950)" [15]

[14]cf. http://migre.me/aqn3A projeto FAPESP 11/10286-3, acessado em 24/08/2012 às 15:30hs
[15]cf. http://migre.me/aqn3A projeto FAPESP 11/10286-3, acessado em 24/08/2012 às 15:30hs.

Segundo Floridi, um aspecto importante derivado das questões semânticas acerca dos dados é que dados que constituem informação podem ser significativos independentemente dos objetos que os informam (informante ou *informee*). O exemplo usado para sustentar tal afirmação é o da Pedra de Roseta. Este artefato possui três traduções de uma única passagem acerca de um decreto. Mais especificamente, a passagem contida na Pedra de Roseta é um decreto do rei Ptolomeu V promulgado em 196 a.C. na cidade de Mênfis e registrado em três diferentes idiomas: hieróglifo (Egito antigo), demótico (uma variação do idioma egípcio tardio) e grego. Antes da descoberta desse documento, os hieróglifos eram considerados incompreensíveis em termos dos idiomas modernos. Todavia, os dados contidos nos hieróglifos já eram considerados informações. Portanto, a descoberta de uma possível tradução dos hieróglifos no idioma grego não afetou a semântica desse sistema, mas apenas a tornou mais acessível.

Se temos dados, mas não seus significados, então podemos supor que não temos informações suficientes e não que não temos quaisquer informações. Os dados podem receber significados dos agentes (significados falsos ou significados parcialmente verdadeiros). E, de fato, atribuímos significados para símbolos que de alguma forma tenha uma certa relevância em nossas descrições de estados. A perda, anulação ou distorção dos dados podem ser boas maneiras de se descobrir algo acerca da caracterização desses dados. Suponha um livro escrito com desenhos e sinais ou mesmo pictogramas desconhecidos e que esses símbolos estejam dispostos de acordo com um certo padrão. Esse padrão sugere o comprometimento do código com uma certa sintaxe. Supondo que alguém apague metade dos símbolos desse livro, é razoável afirmar que metade dos dados foram apagados ou que metade das informações adquiridas foram apagadas? Essas questões nos indicam certos critérios para identificarmos a quantidade de informação contida em certos portadores de informação. Todavia, o conhecimento sobre o processo é um importante elemento dessa análise. O uso de uma noção como a de um *portador de informação* é usada na solução para o Jogo de Ulam apresentada no Capítulo 2. Se um determinado agente desconhece a configuração inicial do livro então ele não consegue imputar essa perda de dados ou informações no sistema. Isso já é diferente para os casos em que o agente tem em sua memória a informação de que o livro possuía o dobro de caracteres do que possui ao fim do processo de retirada dos símbolos. Todavia, não vamos entrar nesse mérito agora. Continuando a análise dos dados em termos do apagamento de símbolos e/ou distorção destes, consideremos o caso em que mais símbolos são apagado e o que resta são as páginas do livro em branco. Apesar de ser uma situação extrema em relação à quantidade de dados no início de nosso exemplo, não se pode sustentar que "todos" os dados foram apagados. Novamente existe uma importante diferença entre agentes que possuem a memória do processo e agentes que tomam conhecimento do livro apenas depois de todo o processo (sem saber que houve um processo de retirada de símbolos). O livro em branco é um dado (*datum*). Esse dado é resultado da diferença entre as páginas do livro com símbolos e as páginas do livro sem símbolos. Pode-se ainda dizer que dados foram acrescentados ao sistema. Assim, um sistema tal qual um livro com símbolos desconhecidos (por exemplo, como no caso do *manuscrito Voynich*[16]) teria menos dados que um sistemas com duas configurações: uma inicial com um livro com símbolos desconhecidos e outra final com o mesmo livro, mas com o seus símbolos apagados. O exemplo do contexto 1 pode ser usado para mostrar que dados e informações podem ser inferidos ou abstraídos da ausência de símbolos ou sinais. Nesse caso, em relação ao contexto 1, João não escuta qualquer reação do motor do carro ao girar a chave indicando que existe nessa situação um enigma a ser resolvido. Algo semelhante acontece quando apertamos o botão para ligar algum aparelho eletrônico e nada acontece. A ausência de sinais e dados são significativos e fornecem informações importantes acerca desses sistemas[17]. Esses exemplos mostram o porquê de se considerar dados como sendo a ausência de uniformidade. A ausência dos sinais no carro ou nos aparelhos eletrônicos, assim como a ausência dos símbolos no livro só pode ser considerados dados se forem consideradas as possibilidades de funcionamento do carro, dos aparelhos eletrônicos e a existência de símbolos nas páginas de um livro, ou seja, a possibilidade de diferença de estado entre o estado presente e um outro (contrário) é determinante para se considerar a existência ou não de dados. Donald MacCrimmon Mackay (1922-1987) reforçou esse ponto de vista ao expressar que "informação é uma distinção que faz a diferença." Gregory Batenson (1904-1980) tem uma afirmação mais conhecida, porém um pouco menos precisa: "de fato, o que queremos dizer com informação - a unidade elementar da informação - é a diferença que faz a diferença."

[16] ver Capítulo 1

[17] A definição leibniziana de problema a partir da ausência de informações é coerente com essa ideia (ver Capítulo 1 da presente tese)

Em princípio, podemos definir os dados que constituem a informação da seguinte forma:

dados = Informações - Significados

Eroteticamente, informação, como conteúdo semântico, pode ser descrita assim:

Informação = Dados + Questões

Nos casos mais simples a informação pode estar constituída de apenas um dado (Dd). Um dado se reduz à falta de uniformidade entre dois sinais.

Definição (Dd): $d = (x \neq y)$, onde x e y são duas variáveis não interpretadas.

Segundo Floridi, os dados δ podem ser de quatro tipos:

δ_1: os dados primários. São os principais dados arquivados em um banco de dados. Normalmente, são sequências numéricas.

δ_2: os metadados. São propriedades dos dados primários que descrevem certas indicações tais como localização, formato, atualização, disponibilidade.

δ_3: os dados operacionais. Estes se referem ao uso dos dados, as operações em todo o sistema de dados e a sua performance.

δ_4: os dados derivados. Estes dados podem ser extraídos dos dados δ_1 e δ_3,

principalmente quando este último tipo é usado como fonte em pesquisas de padrões, provas ou inferências de evidências. Em geral também podem ser usados em análises comparativas e quantitativas.

A DGI indica que não pode existir informação sem dados, porém isto não mostra que tipos de dados δ são necessários para constituir a informação. Suponha que ao se consultar um banco de dados ou ao se fazer uma pergunta constatou-se a ausência de respostas ou do retorno da pesquisa. Neste caso há duas possibilidades: houve uma falha na busca dos dados, e assim, nenhuma informação específica σ estará disponível, ou algum dado delta pode ser providenciado com o objetivo de mostrar que o processo entrou em um *loop*. Do mesmo modo, o silêncio a uma resposta pode indicar tanto um assentimento quanto uma negação. Pode-se ainda derivar disso uma informação não-primária μ do tipo “a pessoa não escutou a pergunta”. Esta ”neutralidade tipológica”(NT) é justificada pelo seguinte fato: quando uma aparente ausência de dados não pode ser reduzida a uma ocorrência de dados negativos primários o que se tornará disponível como informação é alguma informação não primária μ adicional sobre σ constituído por alguns dados não primários dos tipos δ_2 e δ_4.

Informação seletiva quantificada

Com o desenvolvimento das pesquisas da metade do século XX, tornou-se possível quantificar informação com base em cálculos de probabilidade (cf. (SHANNON, 1948), *Mathematical Theory of Communication*). Jaakko Hintikka, influenciado pelos trabalhos de Yehoshua Bar-Hillel e Rudolf Carnap, propôs uma abordagem semântica da teoria da informação através da abstração da lógica subjacente à descrição de cenários informativos.

É interessante notar que estas noções têm fundamental importância sobre a dinâmica do conhecimento. Generalizar a teoria da informação para casos que podem ser aplicados aos conceitos de surpresa e admiração será um dos objetivos da presente seção.

Em termos formais, tanto a teoria estatística da informação quanto a teoria semântica da informação possuem elementos em comum. Ambas as teorias são definidas, ou podem ser definidas, em termos de um conceito apropriado de *probabilidade*. A conexão feita entre informação e probabilidade é a mesma para esses dois casos:

$$inf(P_i) = -\log Pr(P_i), \tag{3.3.1}$$

onde $inf(P_i)$ é a medida de informação sobre um evento P_i e Pr é a medida de probabilidade em questão. De 3.3.1 pode-se obter a conhecida expressão de entropia:

$$-\sum_i Pr(P_i) \log Pr(P_i). \tag{3.3.2}$$

Essa fórmula se aplica a casos em que existem um certo número de alternativas exclusivas com probabilidade $Pr(P_i)$ tal que $i \in \{1, 2, 3, ...\}$. Carnap, em (CARNAP, 1963), *Logical Fundation of Probability*, pp. 29-36, introduz dois conceitos de probabilidade: $probabilidade_1$ e $probabilidade_2$. Esta distinção entre tais conceitos remete a uma possível distinção entre a teoria estatística da informação e a teoria semântica da informação. Pode-se enunciar esta diferença através dos seguintes termos: de acordo com a teoria estatística da informação a probabilidade deve ser interpretada do ponto de vista da frequência de eventos; já de acordo com a teoria semântica da informação, pressupõe-se uma interpretação puramente lógica da probabilidade. Porém, ao contrário da já conhecida teoria da informação inicialmente elaborada por Claude A. Shannon (1916-2001) (cf. (SHANNON, 1948), *Mathematical Theory of Communication*) que aborda a problemática da qualidade da informação ou dos canais de informação, o presente projeto se concentrará na estrutura lógica da informação, tal como Hintikka propõe em *On semantic information* (HINTIKKA, 1970), e em seu recente livro *Socratic Epistemology* (HINTIKKA, 2007).

Os enigmas que envolvem contextos informativos podem ser analisados a partir das propriedades que particionam o conjunto de possibilidades de tal forma que metade ou aproximadamente metade das situações sejam identificados com a propriedade e a outra com o complemento da propriedade[18]. Assim, dada uma situação enigmática, onde as informações são transmitidas como respostas às questões com uso dos termos *sim* ou *não*, o desafio será encontrar a propriedade que melhor particiona o conjunto dos elementos da narrativa em duas partes iguais ou equipotentes.

A medida de informação mais conhecida trata da informação seletiva. Outras medidas são possíveis, porém esta bastará para os objetivos do presente projeto (para outras medidas de informação ver *The Nomenclature of Information Theory* (MACKAY, 1950) e seção 3.3 do presente capítulo). Uma das questões que permitem compreender a definição de informação seletiva é: "que grau de dificuldade existe para se identificar um elemento particular de um certo conjunto?". Assim, o contexto para aplicação desta unidade de informação é o de um dado conjunto de elementos.

Em um conjunto C com k elementos n a informação que determina um elemento par-

[18] ver *Contexto 1* e *Contexto 2* da seção acima.

ticular n_i terá $log_2 k$ bits. Isso porque neste conjunto, podemos codificar, de maneira unívoca, cada elemento usando uma sequência de símbolos variando em D, onde D é um conjunto com dois dígitos diferentes entre si. Cada posição da codificação deve ser preenchida com apenas um dos dígitos $d_i \in D$. Para que esta codificação tenha um uso efetivo, somente será considerado sequências finitas de símbolos. Uma outra maneira de explicar essa medida é através de um jogo constituído por dois agentes A e B e um conjunto $C = \{n_1, \ldots, n_k\}$ de elementos quaisquer. Um dos jogadores, digamos A deve escolher um dentre os elementos do conjunto enquanto o outro jogador B terá que descobrir qual o elemento escolhido. Para isso, B deve fazer apenas perguntas do tipo "o elemento escolhido é o y?", "o elemento escolhido está entre x e z?" ou "o elemento é maior ou igual a w? e assim por diante, onde x, y, z e w variam sobre o conjunto C. O jogador A terá que responder *sim* ou *não* conforme o caso. A melhor estratégia para A é o conhecido algoritmo de busca binária (*binary search algorithm*[19]).

Se determinarmos que o número médio de perguntas necessárias para se descobrir o número escolhido é a unidade de informação que é estabelecida neste cenário, então a medida da dificuldade para se descobrir o número escolhido ou sorteado também pode ser determinada. Quanto maior tal medida, maior a incerteza inicial sobre o elemento escolhido. Existe uma tentativa de se quantificar a surpresa a partir dos elementos acima. Quanto maior a medida de incerteza de um elemento em um conjunto e menor o número de perguntas que foi efetivamente usada, maior a surpresa gerada pela descoberta do número (cf. (HINTIKKA, 1970), *On semantic information*).

A relação entre informação e lógica pode ser estudada a partir da quantidade de bits envolvidos na interpretação da proposição. Uma proposição do tipo "chove" possui um determinado número de bits em um determinado contexto (o número de bits depende

[19]O algoritmo consiste em se considerar o elemento mediano, ou o mais próximo deste, ou seja, $n_{k/2}$ ou $n_{(k+1)/2}$. Chamemos esse elemento de n_m. Assim, A deve perguntar: "o elemento escolhido é maior do que n_m? Então, este processo deve ser repetido, porém, na segunda etapa A levará em conta apenas a metade dos elementos disponíveis. Caso a resposta à pergunta anterior seja *sim*, então a metade superior dos elementos $C_{sup} = \{n_{k/2}, n_{(k/2)+1}, n_{(k/2)+2}, n_{(k/2)+3}, \ldots, n_k\}$ ou $C_{sup} = \{n_{(k+1)/2}, n_{(k+1)/2+1}, n_{(k+1)/2+2}, n_{(k+1)/2+3}, \ldots, n_k\}$ será a relevante; caso seja *não*, a metade relevante será a inferior $C_{inf} = \{n_1, \ldots, n_{(k/2)-1}\}$ ou $C_{inf} = \{n_1, \ldots, n_{((k+1)/2)-1}\}$. Para continuar o processo de busca, toma-se C_{inf} ou C_{sup} conforme o caso e substitui em C retomando o primeiro passo. Se este processo for repetido várias vezes, então número escolhido será encontrado após um determinado número (finito) de perguntas.

do universo do discurso em questão). Ex: o número 3 pode ser representado com 3 bits se estamos em um universo com 8 números ou 10 bits se estamos em um contexto com 1024 números.

Em (WATANABE, 1969), *Knowing and Guessing: A formal and Quantitative Study* encontramos as seguintes definições:

$$I = DI = ign(\varrho) - ign'(\varrho) = -\sum_{i=1}^{n} n_{P_i} \log\ n_{P_i} \qquad (3.3.3)$$

Onde I é informação e DI é decréscimo da ignorância (*decrease in ignorance*) e $ign'(\varrho)$ é a quantidade de ignorância acerca de um espectro ϱ após a ocorrência de uma proposição P_i pertencente a esse espectro. Esta fórmula permite interpretar a epistemologia pelo ponto de vista da informação.

No capítulo 2 seção 2.2.3, foi apresentada uma análise acerca do *Paradoxo do Exame Surpresa*. Todavia, um fator interessante e não estudado ainda é a relação entre os elementos que formam esse paradoxo e a teoria da informação. Ao interpretar a situação dada pelo paradoxo a partir da probabilidade de se aplicar um exame em um determinado dia da semana, é possível evidenciar algumas explicações sobre o surgimento e a dissolução do paradoxo. Dada a definição tradicional de surpresa como sendo o "decréscimo de ignorância" resultante da constatação de um determinado evento, ou seja, uma quantidade proporcionalmente inversa à probabilidade a priori atribuída a um evento, então a sentença proferida pelo professor que define a aplicação do exame surpresa em um dia qualquer da semana seguinte é falsa. Com efeito, se a probabilidade Pr de um evento e_i é $Pr(e_i) = 1$, então a quantidade de surpresa produzida pela ocorrência desse evento é 0. No início da semana (ou seja, antes da segunda-feira $d \leq 0$), a probabilidade de que o exame ocorra em cada um dos dias $1 \leq d \leq 5$ é $Pr(ex_d) = \frac{1}{5}$. A medida que os dias passam a probabilidade aumenta, diminuindo-se assim a surpresa (ou o decréscimo da ignorância atrelada a esse evento). Dessa forma, na segunda-feira, caso o exame não tenha sido aplicado, a probabilidade de aplicação do exame em um dos dias restantes será $Pr(ex_d) = \frac{1}{4}$ para $(2 \leq d \leq 5)$. A iteração do passo anterior leva ao caso em que o exame não foi aplicado até o penúltimo dia da semana. Assim, na quinta-feira, a probabilidade de que o exame seja aplicado na sexta-feira passa a ser 1 e, portanto, a surpresa desse evento é nula.

A descoberta científica é pautada por uma construção teórica que permite simular o desconhecido dentro do conhecido. A teoria espelha (reflete) um aspecto singular acerca do desconhecido de modo que este tenha uma espécie de metamorfose. As informações constituintes do cenário, anteriormente a descoberta são reconfiguradas. A quantidade de surpresa pode ser concebida como a quantidade de informação liberada por tal acontecimento. Esta análise resulta na ideia de que a informação e, consequentemente, o conhecimento, a ignorância e a surpresa definidos sobre esse conceito possuem dinâmicas muito semelhantes à dinâmica de alguns objetos descritos pela física (tais como partículas e cargas elétricas). Neste caso, pode-se dizer que a informação é resultado da transformação que um fato impõe sobre o desconhecido ou conhecido. A mente (pela imaginação) tem a capacidade de simular os comportamentos destas transformações e por isso consegue conceber as características de teorias ou de cenários complexos e coerentes com outras teorias ou cenários. Assim, apesar da possibilidade confirmada acima, não existe ainda uma teoria atual geral que administre a estrutura das informações ignoradas ou quase-conhecidas (ou concebíveis).

Como vimos, no trabalho (WATANABE, 1969), *Knowing and Guessing: A formal and Quantitative Study*, o autor relaciona a medida de informação com a medida de ignorância do dado antes de sua atualização ou realização. Dependendo da estratégia tomada, a quantidade de informação contida na afirmação "o elemento escolhido é o n_j" poderá ser diferente (cf. (EDWARDS, 1964), *Introdução à Teoria da Informação*).

A quantidade de elementos do conjunto inicial C também influencia nessa medida. Se a estratégia utilizada necessita de 6 perguntas em média para se descobrir um elemento em um conjunto com dez elementos diferentes então dizemos que cada elemento possui 6 bits de informação. A estratégia apresentada em nosso exemplo determina que cada elemento terá $log_2 k$ bits de informação para um conjunto C com k elementos. Este processo é significativamente mais econômico do que, por exemplo, se fosse utilizada a estratégia de se perguntar elemento por elemento. A diferença é mais significativa quanto maior for o conjunto. Chamemos a primeira estratégia de E_1 e à segunda de E_2. Em um conjunto com 20 elementos a estratégia E_1 pode ser efetiva com $log_2 20$

ou 4,3219 perguntas enquanto que se fosse escolhida a estratégia E_2 a quantidade de perguntas necessárias seria 10 perguntas. já em um conjunto com 10^6 elementos, E_1 se efetiva com mais ou menos 20 perguntas em média, enquanto que para E_2 teremos 5×10^5 perguntas em média, uma diferença bastante significativa. Segundo Edwards[20], a estratégia E_1 é a melhor possível.

Como a quantidade de informação depende fortemente da grandeza do conjunto, podemos aplicar a medida ao próprio conjunto. Assim, se o conjunto possui 16 (dezesseis) elementos deferentes entre si, necessita-se de quatro perguntas em média para se identificar cada elemento escolhido. Diz-se portanto, que a quantidade de informação que é associada a cada elemento é de 4 unidades de informação por elemento. Nesse sentido a unidade de informação pode ser também chamada de incerteza ou ignorância (ver (WATANABE, 1969), *Knowing and Guessing: A formal and Quantitative Study*

Devido à forma como o conceito de informação está sendo tratado, ou seja, quantificado com base no número de respostas ou perguntas necessárias para identificar univocamente um elemento de um determinado conjunto, podemos dizer que esta é uma abordagem do ponto de vista da lógica erotética, ou da lógica das perguntas.

Em 1976, o matemático Stanislaw Ulam propôs um enigma envolvendo a estrutura descrita acima[21]. Todavia entre as respostas possíveis, o jogador que estivesse respondendo as questões poderia mentir uma ou duas vezes (ver 2.2.4). A questão posta por Ulam é mostrar quantas perguntas são necessárias para se identificar o número sorteado com essa nova condição. Jogos semelhantes podem ser concebidos onde a base do raciocínio seja constituída com elementos de lógicas não-clássicas. Estudos podem ser desenvolvidos acerca de uma generalização da teoria da informação a partir da paraconsistência e da relação desta com elementos do estudo das probabilidades. Por exemplo, Walter Carnielli em *Uma lógica da modalidade econômica?* (CARNIELLI, 2009b), propõe uma reformulação de teorema de Bayes tomando a lógica *Cie* como subjacente. O estudo da computação quântica nos últimos anos tem mostrado que a modelagem paraconsistente da lógica tem tido um expressivo sucesso sobre cenários não determinístico como os presentes nestes contextos. Deste modo o estudo acerca dos jogos quânticos terá grande

[20](EDWARDS, 1964), *Introdução à Teoria da Informação* p. 46

[21]Para maiores informações sobre jogos de Ulam ver seção 2.2.4 da presente tese.

valor em um projeto que pretenda abordar generalizações alternativas para contextos informativos tendo como fundamento as lógicas não-clássicas.

O conceito de informação tal como descrito acima tem desempenhado um importante papel em várias áreas do conhecimento como, por exemplo, na teoria da computação, na teoria da comunicação, na matemática, na lógica e na filosofia. Seu estudo se dá principalmente com o objetivo de se obter resultados probabilísticos, além disso atua na estrutura da aprendizagem, do significado semântico, da inferência dedutiva e, em geral, no método científico.

O termo informação passou a ter um significado mais técnico a partir da publicação de resultados matemáticos em teoria da comunicação, e da transmissão de informações (cf. (SHANNON; WEAVER, 1974), *The mathematical theory of communication*). O conjunto destes estudos e resultados passou a ser conhecido simplesmente como *Teoria da informação*, e em alguns autores podemos também encontrar a denominação *Teoria Estatística da Informação* (cf. (HINTIKKA, 1970), *On semantic information*).

O uso do termo informação está frequentemente ligado ao estudo do fenômeno da comunicação. Ao se pensar comunicação como interação entre agentes, conclui-se de imediato que existem elementos de jogos no processo comunicativo. Ludwig Wittgenstein (1889-1951) parece ter concebido uma relação similar ao definir os seus *jogos de linguagem* (WITTGENSTEIN, 1984), *Investigações Filosóficas*.

Não estamos interessados nesta questão, a saber: se a informação é uma entidade independente do canal comunicativo ou não.

O caminho a ser seguido, porém, é o que aproxima a teoria da informação da teoria dos jogos, partindo do princípio que a comunicação e a compreensão de informações seguem regras de interação tais como àquelas regras estudadas nestas teorias.

Contudo, tem-se comentado constantemente que muito das aplicações estatísticas da teoria da informação não possui relação com o conceito de informação em seu sentido básico. Argumenta-se também que o próprio uso do termo 'informação' em tais contextos produz uma compreensão errada e falsas expectativas sobre o que a teoria estatística da informação pode, de fato, oferecer a lógicos e filósofos epistêmicos e da linguagem (cf. (HINTIKKA, 1970), *On semantic information*). Isto justifica em parte o porquê de inicialmente poucos filósofos terem tratado deste tema. Basicamente, podemos citar Rudolf Carnap e Yehoshua Bar-Hillel como precursores do estudo da informação em filosofia (cf. (CARNAP; BAR-HILLEL, 1952), *An Outline of a Theory Semantic Information* (CARNAP, 1963), *Logical Fundation of Probability* (CARNAP; BAR-HILLEL, 1953) e (CARNAP, 1966), *Probability and Content Measure*).

Neste trabalho discutiremos a possibilidade de se aplicar a teoria da informação para análise de cenários que anteriormente se encontravam fora desse escopo. Para isso tomaremos o ponto de vista semântico da teoria da informação. Com base na lógica clássica, tentaremos extrair uma estrutura lógica de determinados contextos informativos. Uma das principais metas a ser alcançada quando se considera a base lógica de um contexto informativo é identificar a possibilidade de se distinguir as diferentes alternativas por meio das fontes expressivas à disposição, ou mais simplificadamente, por meio da linguagem em uso. Quanto mais alternativas uma sentença admite, mais provável ela será e consequentemente menos informativa (em algum sentido 'puramente lógico'). Porém, quando uma sentença for mais restrita, ela também será mais informativa. Assim, é razoável afirmar que a sentença $(P \wedge Q)$ é mais informativa que a sentença $(P \vee Q)$ mesmo com a informação adicional de que ambas são verdadeiras.

Partindo-se da ideia de que enigmas são propostas de certos tipos de jogos sobre cenários informativos definidos (ou descrição de estados de coisas ou mundos possíveis), definiremos espectros lógicos seguindo e uma distribuição de probabilidade sobre este seguindo o trabalho de Wanatabe (WATANABE, 1969) e descrições lógico-formais que chamaremos de "cenários" seguindo o artigo de Jakko Hintikka em (HINTIKKA, 1970) e os trabalhos citados de Bar-Hilel e Carnap.

Observação 1. *Usaremos $\mathcal{S}$ para denotar assinaturas. Assim, nesse contexto $\mathcal{S}_{cla}^{Prop}$ será usado para denotar uma assinatura para a linguagem proposicional da lógica clássica. Dessa forma $\mathcal{S}_{cla\ 1}^{Prop} = \{\rightarrow, \perp\}$ e $\mathcal{S}_{cla\ 2}^{Prop} = \{\wedge,\ \vee,\ \rightarrow,\ \neg\}$. O conjunto $\mathcal{P} = \{P_n :\ n \in \omega\}$ é o conjunto de fórmulas atômicas. O conjunto* ***For*** *denotará o conjunto de fórmulas livremente geradas por $\mathcal{P}$ sobre algum $\mathcal{S}$*

Seja ϱ um conjunto de proposições P_1, P_2, ..., P_n:

$$\varrho = \{P_1, P_2, ..., P_n\} \tag{3.3.4}$$

Definimos conjunto ϱ como um *Espectro Lógico* sse ϱ satisfaz os seguintes itens i) e ii):

i) possui apenas membros disjuntos (para todo $i \neq j$):

$$v(P_i \wedge P_j) = v(\perp) \tag{3.3.5}$$

ii) é exaustivo:

$$v(P_1 \vee P_2 \vee ... \vee P_n) = v(\top) \tag{3.3.6}$$

onde v é uma valoração lógica usual.

Geralmente o elemento $\perp$ não pertence a um Espectro Lógico. Se o elemento $\top$ pertence a um Espectro Lógico, então o único elemento que poderá satisfazer o item i) acima será o $\perp$.

Seja $\varrho = \{P_i\}$ $(i \in \{1, 2, ..., n\} = I)$ um Espectro Lógico tal que $\perp \notin \varrho$. Seja DIS o conjunto de fórmulas que são disjunções finitas de algumas proposições P_i. É fácil ver que há um total de 2^n fórmulas distintas que podem pertencer a DIS, pois há $\binom{n}{r}$ maneiras diferentes de se escolher r proposições P_i para um número n de índices $i \in I$ e $2^n = (1+1)^n = \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r}$.

Se tomarmos a extensão $Ext(\varrho)$ com 2^n elementos e que é fechada para os conectivos lógicos $(\neg, \vee)$, então dizemos que $Ext(\varrho)$ é um reticulado boleano complementado gerado pelo Espectro Lógico ϱ. Cada P_i é um átomo do reticulado $Ext(\varrho)$.

Como exemplo de um Espectro Lógico consideremos o seguinte conjunto de proposições $\varrho = \{P_1, P_2, P_3\}$ onde P_1 denota '$\theta < 15$', P_2 denota '$15 \leqslant \theta \leqslant 20$' e P_3 denota '$20 < \theta$'.

'θ' é a temperatura em grau Celsius na madrugada de 01 de novembro de 2011 na área da moradia estudantil da Unicamp em Barão Geraldo (distrito de Campinas-SP). O reticulado gerado a partir desse Espectro consistirá dos seguintes elementos: '$\perp, \top, P_1, P_2, P_3$' e pelas três proposições abaixo:

$\neg P_1$ (equivalente à $P_2 \vee P_3$) que denota $15 \leqslant \theta$

$\neg P_2$ (equivalente à $P_1 \vee P_3$) que denota $\theta < 15$ ou $20 < \theta$

$\neg P_3$ (equivalente à $P_1 \vee P_2$) que denota $\theta < 20$

Assim, $Ext(\varrho) = \{\perp, P_1, P_2, P_3, \neg P_1, \neg P_2, \neg P_3, \top\}$ que é um conjunto com $2^3 = 8$ elementos (o número n de elementos de ϱ é igual a 3).

A definição acima ilustra o caso em que o número n de elementos do Espectro Lógico ϱ é finito. Contudo muitos resultados obtidos permanecem válidos para casos em que o Espectro Lógico tem uma quantidade enumerável de elementos.

Trataremos agora da probabilidade atribuída aos átomos P_i. Dois aspectos devem ser considerados quando tratamos da probabilidade $Pr(P_i)$: por um lado a quantidade ou grau de expectativa com relação à efetivação de P_i (valor importante na definição de surpresa a partir de um sistema com agentes[22]); por outro, se P_i se refere ao resultado de um teste ou experimento que pode ser reproduzido, então $Pr(P_i)$ se refere à frequência de P_i em um grande número de testes ou experimentos similares.

Probabilidade

Em certo sentido a probabilidade é o fundamento do que chamamos conhecimento. Mesmo a visão clássica da lógica está baseada na compreensão probabilística:

> "O interesse de Boole na teoria da probabilidade era estritamente dependente de sua intuição básica. Probabilidade é, de fato, uma função que associa um número real entre 0 e 1 a cada proposição. Se uma proposição é considerada um conjunto de tempos, sua probabilidade é a medida do tamanho de tal conjunto de tempos que, no caso das tautologias, se tornará o universo do conjunto de tempos. A relevância desta visão para a lógica modal deveria ser óbvia. A transição da noção probabilística para a noção modal é direta: de fato, 'possível α" pode ser

[22] ver definição 3.3.21

traduzido como "a probabilidade de α é maior do que 0" enquanto "necessário α" pode ser traduzido como "a probabilidade de α é 1"."[23]

A compreensão da teoria da probabilidade é de fundamental importância para a epistemologia, principalmente em se tratando de uma epistemologia do ponto de vista da teoria da informação.

> "A teoria da probabilidade é um ramo da matemática que trata das combinações de certos números ou medidas que são usados para mensurar as frequências dos eventos no mundo real."[24]

Suponha que um experimento Exp tenha como resultado ou saída um número k. Podemos atrelar dois eventos a Exp indicados da seguinte forma:

$k \leqslant n$,

$k > n$,

onde n é um número. A probabilidade de $k \leqslant n$ é dada por $Pr(n)$ que é a frequência relativa na qual o evento é esperado ocorrer dentro de uma grande quantidade de repetições desse experimento. $Pr(n)$ é uma 'função de distribuição acumulativa' ou simplesmente uma 'distribuição'. É possível que infinitos valores para k e $Pr(n)$ não sejam decrescente. Portanto, consideramos uma distribuição como sendo uma função $Pr(n)$ que possui as seguintes propriedades:

$$0 \leqslant Pr(n) \leqslant 1 \tag{3.3.7}$$

$$\lim_{n \to \infty} Pr(n) = 1 \tag{3.3.8}$$

$$\lim_{n \to -\infty} Pr(n) = 0 \tag{3.3.9}$$

[23](CARNIELLI; PIZZI, 2008), *Modalities and Multimodalities*, p. 2.
[24](MORAN, 1968), *An Introduction to probability theory*, p. 1.

$Pr(n)$ é não decrescente

Com o intuito de aproximar o conceito de probabilidade e o de espectro lógico, apresentaremos uma aplicação de uma distribuição a um conjunto de proposições. As proposições de um espectro podem ser consideradas como relacionadas a eventos tal como mencionado acima.

Dado um espectro lógico qualquer $\varrho = \{P_i\}$ onde $i \in \{1, 2, 3, ..., n\}$, seja $Pr(P_i)$ uma distribuição com valores reais associada a cada um dos n membros constituintes tal que:

$$Pr(P_i) \geq 0 \tag{3.3.10}$$

e

$$\sum_{i=1}^{n} Pr(P_i) = 1 \tag{3.3.11}$$

A função Pr definida sobre o conjunto de proposições ϱ pode ser estendida para o reticulado $Ext(\varrho)$ gerado por ϱ onde o valor de Pr sobre um membro α de $Ext(\varrho)$ seja dado pela seguinte equação:

$$Pr(\alpha) = \sum^{\alpha} Pr(P_i) \tag{3.3.12}$$

A somatória percorre os P_i's necessários para expressar α como uma disjunção de P_i's.

A fórmula 3.3.12 produz os seguintes valores:

$$Pr(\bot) = 0 \tag{3.3.13}$$

$$Pr(\top) = 1 \tag{3.3.14}$$

Uma função como Pr definida acima sobre um reticulado é chamada probabilidade.

A função Pr possui as seguintes propriedades:

$$Pr(A + B) = Pr(A \wedge B) + Pr(A \vee B) \tag{3.3.15}$$

$$Pr(A \wedge B) = Pr(A)Pr(B) \tag{3.3.16}$$

$$Pr(A|B) = \frac{Pr(A \wedge B)}{Pr(B)} \tag{3.3.17}$$

onde A e B variam sobre disjunções de P_is e $Pr(A|B)$ é a probabilidade condicional de A dado B. Essa medida se refere à expectativa de A ser verdadeiro quando B e nada mais específico é conhecido como sendo o caso.

Pela definição acima temos a impressão de que existem dois tipos de eventos ou entidades matemáticas referentes ao cálculo da probabilidade: as condicionais e as incondicionais. Todavia, o tratamento de probabilidades incondicionais é extremamente raro uma vez que:

$$Pr(A) = Pr(A|\top) = \frac{Pr(A \wedge \top)}{Pr(\top)} \tag{3.3.18}$$

É possível que a probabilidade $Pr(A)$ e $Pr(A|B)$ sejam iguais sem que $Pr(B) = 1$. Se isso for o caso então dizemos que A e B são "probabilisticamente independentes".

A probabilidade de que A ocorra se B ocorre geralmente difere da probabilidade de que B ocorra se A ocorre. Por exemplo a probabilidade de que (1o) "a rua esteja molhada" se "chove" é diferente da probabilidade de que (2o) "chove" se a "rua está molhada". A primeira é alta enquanto que a segunda é mais baixa.

É comum associarmos um valor numérico e_i às proposições P_i dos n elementos do espectro ϱ. O conjunto de n valores $\{e_i\}$, $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$ é considerado uma entidade singular chamada de *variável estocástica*. Dizemos que a variável estocástica toma o valor e_i quando P_i ocorre. O *valor esperado* ou *médio* da variável estocástica $\{e_i\}$ é dado por:

$$\langle e_i \rangle_i = \sum_{i=1}^{n} a_i Pr(P_i) \tag{3.3.19}$$

Os valores a_i podem ser associados a objetos de um conjunto ao invés de proposições ou eventos. O conjunto das partes destes conjuntos formam um reticulado Booleano e portanto poderíamos tomar seus elementos como sendo o conjunto de objetos que fazem com que certa proposição seja verdadeira. Isso define uma função bijetora entre o conjunto das partes de um conjunto de objetos e o conjunto de proposições. Nesse caso as constantes $\perp$ e $\top$ correspondem respectivamente ao conjunto vazio e ao conjunto de todos os objetos. Estamos tratando os objetos de forma generalizada (tomamos qualquer conjunto de objetos), porém seria interessante considerar conjunto de informações relacionadas a certas proposições. Desta forma os subconjuntos seriam definidos como o conjunto de informações que fazem uma certa proposição ser tomada como verdadeira.

Em termos informacionais é interessante notar que uma meta-probabilidade pode ser formulada: existe a probabilidade de um evento (ex. jogamos um dado e a probabilidade de cair 6 é 1/6), mas poderíamos pensar também a meta probabilidade (qual a probabilidade de lançarmos um dado?). Qual a probabilidade de calcularmos a probabilidade de um evento? Etc.

A Lei dos Erros pode ser importante no desenvolvimento de uma teoria sobre o que ignoramos. Por exemplo, o seguinte problema: determine o lugar do alvo dados os buracos que as flechas atiradas por um arqueiro fizeram. Como determinar a posição de um astro dadas as medições feitas pelos astrônomos?

> “Uma das primeiras pessoas a insinuar que séries de medições divergentes compartilham características comuns foi Daniel, o sobrinho de Jakob Bernoulli. Em 1777, ele comparou os erros aleatórios das observações astronômicas aos desvios no voo das setas de um arqueiro. Nos dois casos, raciocinou, o objetivo

> - o verdadeiro valor da quantidade medida, ou o alvo - deve se encontrar em algum lugar perto do centro, e os resultados observados devem se amontoar ao seu redor, de modo que mais resultados se aproximem das faixas internas e menos caiam longe do alvo. A lei que ele propôs para descrever a distribuição afinal se provou equivocada, mas o importante foi a percepção de que a distribuição dos erros de um arqueiro poderia espelhar a distribuição dos erros em observações astronômicas." [25]

A relação entre Bayes e o estudo do ignorado ou desconhecido e as definições de probabilidade a priori e a posteriori são tratados em (MLODINOW; ALFARO, 2009) *O andar do Bêbado*, p 120

> "A teoria pela qual Bayes é famoso hoje em dia veio à luz em 23 de dezembro de 1763, quando outro clérigo e matemático, Richard Price, leu um artigo para a Royal Society, a academia nacional britânica de ciências. O artigo, escrito por Bayes, era intitulado "Um ensaio buscando resolver um problema na doutrina das probabilidades" e foi publicado em 1764 na revista Philosophical Transactions, da Royal Society" [26]

Uma informação pode ser definida como aquilo que mostra como um conjunto ou sistema está organizado para que um determinado objeto seja encontrado (dentro deste sistema) com menos operações. A informação pode ser vista também como aquilo que permite uma melhor adequação entre a solução e a correção desta. A informação neste sentido parece ser uma relação entre a linguagem (solução) e a metalinguagem (correção).

Watanabe em (WATANABE, 1969) *Knowing and Guessing: A formal and Quantitative Study*, p 8 seção 1.2 faz uma definição de "*State of knowledge*" a partir de uma distribuição de probabilidade. É possível definir um agente epistêmico ou informacional como sendo uma distribuição de probabilidade. Dessa forma, não distinguimos dois agentes que façam a mesma distribuição probabilística. O agente atribui probabilidade 1 para aquelas proposições que ele julga saber com certeza tomando-as por necessária e 0 para aquelas que ele julga impossível. A probabilidade atribuída a cada proposição ou evento P_i depende de condições auxiliares conhecidas ou supostas sobre o conjunto de proposições.

[25](MLODINOW; ALFARO, 2009) *O andar do Bêbado*, p 145
[26](MLODINOW; ALFARO, 2009) *O andar do Bêbado*, p 118.

Watanabe e outros autores sugerem que a surpresa esteja relacionada apenas à baixa probabilidade atribuída a determinado evento. Essa abordagem deve ser criticada: qualquer sequência de seis dezenas em 60 é altamente improvável todavia não nos surpreendemos com os sorteios semanais de uma loteria. O que nos surpreenderia, talvez, seria ganharmos ou que os números começassem a apresentar certas regularidades computacionalmente identificáveis.

Seja ϱ um espectro lógico do tipo 3.3.4. Portanto, seus membros P_i satisfazem as condições 3.3.5 e 3.3.6. A distribuição de probabilidade sobre cada P_i do espectro ϱ depende das condições que supostamente se conhece sobre o referido conjunto de proposições. Usaremos a expressão "estado epistêmico" (*state of knowledge*) para nos referirmos ao conjunto dessas condições auxiliares. Sob um certo *estado epistêmico*, atribui-se probabilidade $Pr(P_i) = n_{P_i}$ para cada proposição P_i. Esses valores devem satisfazer 3.3.10 e 3.3.11. Se as proposições P_i são testáveis empiricamente, então partiremos do pressuposto de que os valores atribuídos são anteriores ao teste empírico. Em outras palavras, o *estado epistêmico* subjacente aos valores n_{P_i} não são resultados de um experimento ou teste empírico. Agora, supondo que um determinado experimento seja realizado e que o resultado seja descrito por uma das proposições P_i. Se o espectro lógico acima descreve as diferentes possibilidades de resultado do experimento e o agente constata seu resultado, então podemos dizer que há uma mudança no estado epistêmico. Uma das proposições P_i, digamos P_j se torna verdadeira (para esse experimento) e portanto passa a ter probabilidade 1. De imediato os demais valores de probabilidade passam a ter valor nulo, ou seja, 0. Portanto, para $i \neq j$

$$n'_{P_j} = 1,\ n'_{P_i} = 0 \tag{3.3.20}$$

onde n'_{P_j} e n'_{P_i} são os valores de $Pr(P_j)$ e $Pr(P_i)$ após o experimento.

Definiremos os "agentes" como distribuições de probabilidade para um espectro. Um agente é igual a outro se eles atribuem os mesmos valores de probabilidade para cada proposição do espectro. Quanto mais alto o valor de n_{P_i} para um agente, maior a expectativa desse agente de que o resultado do experimento seja P_i. Se n_{P_i} para um determinado i é muito baixo e P_i é o resultado do experimento com uma alta frequência ou se o agente consegue prever as ocorrências ou não de P_i, dizemos que há *surpresa* para o agente. Se $n_{P_i} = 1$ e P_i torna-se o caso após o experimento, então o resultado do experimento não causou *surpresa*. Todavia, $n_{P_i} = 1$ é o valor inicial (a priori) de $Pr(P_i)$, então a *surpresa* será a não ocorrência de P_i para o referido experimento. Uma outra maneira de se interpretar os valores iniciais atribuídos às proposições P_i é pela relação entre este valor e o conhecimento acerca da natureza ou dos fatos que um agente supõe possuir. Contudo, o agente sabe todos os valores a priori atribuídos às proposições. A esse conhecimento damos o nome de *pressuposição de onisciência*. Assim, supõe-se que os agentes são cientes de todas as atribuições de probabilidades que venham fazer sobre os espectros lógicos.

Definimos uma função monotonicamente decrescente $sur(n_{P_i})$ como uma medida de surpresa causada por P_i em um agente (ou distribuição de probabilidade) a_{P_i} quando P_i é constatado. Em particular, é conveniente tomar:

$$sur(n_{P_i}) = -log\ n_{P_i}\ (\geq 0) \tag{3.3.21}$$

onde *log* é o logaritmo para uma base arbitrária, pois o valor de $sur(n_{P_i})$ depende do número de elementos do conjunto de fatos que estão sendo considerados e da probabilidade que se atribui a cada fato.

Mostraremos abaixo a aditividade da função $sur(n_{P_i})$[27]. Para isso será definido um espectro que é a junção de outros dois espectros. Mostraremos que a função *sur* sobre o espectro resultante da junção pode manter certas propriedades que tinha sobre os espectros decompostos.

Sejam ϱ_1 e ϱ_2 dois espectros sobre proposições onde: $\varrho_1 = \{P_1, ..., P_k, ..., P_m\}$ e $\varrho_2 = \{Q_1, ..., Q_l, ..., Qn\}$. Definimos um espectro $\varrho_{1,2} = \{R_1, ..., R_i, ..., R_{mn}\}$ a partir da composição das proposições de ϱ_1 e ϱ_2.

$$R_i = P_k \wedge Q_l \tag{3.3.22}$$

[27] definido em 3.3.21

A probabilidade atribuída a $Pr(P_k)$ em ϱ_1 e a probabilidade atribuída a $Pr(Q_l)$ em ϱ_2 podem ser relacionadas da seguinte forma $Pr(R_i) = Pr(P_k \wedge Q_l)$, pois:

$$Pr(P_k) = \sum_{l=1}^{n} Pr(P_k \wedge Q_l); \; Pr(Q_l) = \sum_{k=1}^{m} Pr(P_k \wedge Q_l) \tag{3.3.23}$$

Dado que estamos trabalhando com espectros que possuem as propriedades acima definidas, temos $Q_1 \vee ... \vee Q_l \vee ... \vee Q_n = \top$. Essa propriedade também vale para ϱ_1. De acordo com as noções de probabilidade apresentadas acima $Pr(P_k) = Pr(P_k \wedge \top)$. Portanto, usando a distributividade para reticulados:

$$Pr(P_k) = Pr(P_k \wedge (Q_1 \vee ... \vee Q_l \vee ... \vee Q_n))$$

$$= Pr((P_k \wedge Q_1) \vee (P_k \wedge Q_2) \vee ... \vee (P_k \wedge Q_l) \vee ... \vee (P_k \wedge Q_n))$$

Como ϱ_2 tem a propriedade 3.3.5, temos que $Pr((P_k \wedge Q_l) \wedge (P_k \wedge Q_r)) = Pr(\perp) = 0$ para $l \neq r$. Assim, por 3.3.15 e pela observação anterior: $Pr((P_k \wedge Q_1) \vee (P_k \wedge Q_2) \vee ... \vee (P_k \wedge Q_l) \vee ... \vee (P_k \wedge Q_n)) = \sum_{l=1}^{n} Pr(P_k \wedge Q_l)$.

Se as proposições de ϱ_1 e ϱ_2 são mutuamente independentes, então $\forall k, l$:

$$Pr(R_i) = Pr(P_k) \ \cdot \ Pr(Q_l) \tag{3.3.24}$$

Dessa forma, de acordo com 3.3.21, a surpresa causada por um evento definido por uma conjunção de eventos e descrito respectivamente por uma conjunção de proposições é:

$$sur(Pr(R_i)) = sur(Pr(P_k)) + sur(Pr(Q_l)) \tag{3.3.25}$$

Essa propriedade é simples e corresponde à aditividade da função sur. Isso torna mais efetiva a manipulação dos valores de sur uma vez que essa é uma propriedade bem intuitiva.

De acordo com as equações acima, dado o valor n_{P_i} para $Pr(P_i)$ temos:

$$\langle sur(n_{P_i})\rangle_i = \sum_{i=n}^{n} n_{P_i} sur(n_{P_i}) = -\sum_{i=n}^{n} n_{P_i} log\ n_{P_i} \tag{3.3.26}$$

Uma vez que o valor n_{P_i} implica (segundo a definição de sur) que um agente tem $sur(n_{P_i})$ de surpresa quando P_i é o caso, podemos supor que a "surpresa esperada" será dada por 3.3.26.

Essa medida também pode ser considerada uma medida de "ignorância" (sobre um *estado epistêmico* anterior a um resultado experimental) de um agente com relação aos possíveis resultados de um experimento sobre um espectro ϱ.

$$ign(\varrho) = -\sum_{i=n}^{n} n_{P_i} log\ n_{P_i} \tag{3.3.27}$$

onde $P_i \in \varrho$.

De acordo com 3.3.27, o menor valor de ign acontece sse a distribuição de probabilidade sobre o espectro é igual ao de um experimento realizado (como em 3.3.20).

$$(ign(\varrho))_{min} = 0 \tag{3.3.28}$$

Isso é o que acontece quando o agente toma algum $P_i \in \varrho$ como sendo o caso.

O valor máximo de ign acontece sse todas proposições recebem o mesmo valor na distribuição de probabilidade sobre o espectro, ou seja, $\forall P_i \in \varrho,\ Pr(P_i) = n_{P_i}$ e $\forall i, j\ (n_{P_i} = n_{P_j})$. Para esse caso temos:

$$(ign(\varrho))_{max} = log\ n \tag{3.3.29}$$

É importante lembrar que, em cada espectro, os componentes são mutuamente excludentes e portanto uma saída equivale à conjunção das negações das demais.

A equação 3.3.29 corresponde aos casos em que um agente não consegue ter acesso a informações suficientes para diferenciar as expectativas relativas às proposições do espectro. Esse é o caso em que a distribuição de probabilidade atribui para cada P_i do espectro o mesmo valor. Portanto, o valor de *ign* é máximo, ou seja, corresponde ao caso em que há uma completa ignorância sobre um determinado evento de uma situação.

Se interpretarmos as equações acima em termos de "incerteza" ou "indeterminação" ao invés de "ignorância" ou "surpresa", então teremos uma denotação menos subjetiva para as definições.

Uma crítica às propostas anteriores e que nos levam a formular uma nova definição de surpresa a partir de uma atribuição de relevância do agente a uma distribuição de probabilidade (ver definição 3.3.21) todavia, é a seguinte: a surpresa não deve ser somente relativa à probabilidade do acontecimento tal como definida em (WATANABE, 1969), *Knowing and Guessing: A formal and Quantitative Study*. Dado que o conceito de "surpresa" contém fortes referências a um conteúdo subjetivo, temos que especificar uma intenção para um agente para podermos estabelecer essa quantidade. Essa intenção é como um valor para a expectativa baseada na distribuição de probabilidade e na relevância do fato para o referido agente. O que estamos querendo modelar é que a ocorrência de fatos pouco prováveis e com pouca relevância não causam a mesma surpresa a um agente do que a ocorrência de fatos pouco prováveis, mas bastante relevantes. Nesse caso, são dois valores que determinariam o valor da surpresa a saber: a probabilidade e a relevância que o agente atribui a esse evento. Essa relevância pode ser definida se considerarmos alguns conceitos de teoria dos jogos como por exemplo o de "aposta".

O papel da entropia na comunicação

Em certo sentido a entropia é a medida da desordem de um sistema. Em termos físicos, a ordem de uma quantidade de matéria está associada ao movimento de suas partículas: quanto mais próximas entre si forem suas velocidades, mais ordenadas elas estarão. As transformações espontâneas sempre aumentam a desordem, portanto só é possível diminuí-la se houver consumo de energia. Shannon 1948, foi o primeiro pesquisador a propor o conceito de entropia no estudo da teoria da informação.

Enquanto a entropia física se refere ao movimento das partículas podemos pensar a entropia informacional como incertezas interpretativas. Quando não podemos interpretar perfeitamente o significado de um termo em uma mensagem é porque a entropia dessa informação está elevada e quando for de comum acordo aos receptores o tipo de (ou a possibilidade de) interpretação correta então a entropia terá um valor baixo.

Será possível definir algo como movimento interpretativo. Seria a facilidade como (ou a probabilidade de) um termo pode ser interpretado de duas maneiras distintas.

A compreensão para a solução de um enigma não está na resposta mas em se compreender o porquê da informação ser a resposta. Em outras palavras quais os "caminhos" que ligam o enigma à resposta. A resposta de um enigma consiste em saber o que o enigma realmente é e pode significar. A informação de que um sapato vermelho não está em um quarto é uma informação sobre o quarto. Cada forma usada para organizar informação cria informação nova e nova compreensão.

Em termos informacionais, entropia trata da organização dos dados de um sistema. Todavia o conjunto de informações sobre o sistema (ou sobre a variação de entropia) também deve ter uma entropia (ou metaentropia) relacionada própria.

Suponha que para um espectro ϱ o grau de ignorância sobre as proposições antes de um teste experimental recebe o valor determinado por 3.3.27 e que esse valor após o teste seja como em 3.3.20. Portanto $ign'(\varrho) = 0$. A quantidade de *informação* fornecida pelo teste é dada por 3.3.2. Nota-se que a quantidade de informação é dada como sendo um decréscimo da ignorância sobre um espectro. Essa abordagem está de acordo com a noção de informação como diminuição da incerteza sobre um conjunto.

Existe uma dificuldade quando o espectro trata de proposições que não são completamente testáveis empiricamente. Para esses casos, possivelmente os valores após um teste experimental não será como o descrito anteriormente. Segundo Watanabe ((WATANABE, 1969), p 11), essa dificuldade não é capaz de desqualificar o tratamento sobre o valor da ignorância descrito pela equação 3.3.27 e essa função é também denominada *entropia*.

Em termos lógicos (da lógica proposicional clássica) as diferentes possibilidades de casos (ou descrições de mundo) podem ser definidas a partir da ideia de *constituintes* e estes possuem a seguinte forma:

$$(\pm)P_1 \wedge (\pm)P_2 \wedge (\pm)P_3 \wedge, \ldots, (\pm)P_k \tag{3.3.30}$$

cada símbolo $(\pm)$ pode ser substituído por $\neg$ ou apagado gerando assim várias possibilidades a partir do conjunto de sentenças dado. Portanto, o número total de constituintes será 2^k. Cada descrição que admite uma das alternativas descritas pelos constituintes exclui os demais. Ela será verdadeira se alguma(s) das alternativas admitida(s) for(em) verdadeira(s) e falsa caso contrário. Cada descrição pode ser representada como uma disjunção de alguns - possivelmente todos - os constituintes, contanto que admita pelo menos um destes. Como exemplo formal tomemos a seguinte descrição:

$$h = C_1 \vee C_2, \ldots, C_{w(h)} \tag{3.3.31}$$

Neste caso, h é a descrição e $w(h)$ é o seu alcance. Quando h é inconsistente, $w(h) = 0$. Levando em consideração tais definições, é bem simples identificar qual o conceito lógico de probabilidade atrelado às medidas apropriadas de informação. Obviamente, os constituintes são os representantes dos diferentes *eventos atômicos* simétricos que são tomados como base para essa medida de informação. Uma descrição h é mais provável ou tem mais chances de corresponder a fatos quanto mais alternativas representadas por constituintes ela admite ou, em outras palavras, quanto maior $w(h)$. Assim, é presumível que a medida de probabilidade no sentido lógico possa ser definida da seguinte forma:

$$Pr(h) = \frac{w(h)}{2^k} \tag{3.3.32}$$

Obviamente, trata-se de um corpo de probabilidade finita. A partir de 3.3.1 e 3.3.32 pode-se obter a seguinte medida para informação:

$$inf(h) = -\log Pr(h) = -\log\left(\frac{w(h)}{2^k}\right) = k - \log w(h) \tag{3.3.33}$$

Nesta fórmula, assume-se que a base do logaritmo utilizado é 2. É fácil ver que $-\log Pr(h) = -\log\left(\frac{w(h)}{2^k}\right)$, pois por 3.3.33, $Pr(h) = \frac{w(h)}{2^k}$. Por definição (o logaritmo de uma fração é a diferença do logaritmo de seus termos) chega-se a $k - \log w(h)$. Tal equação também fornece uma ideia bem intuitiva sobre o conceito de informação: quanto mais exata ou pontual uma sentença, mais informativa ela é[28].

Portanto, uma outra (e interessante) maneira de se olhar para a medida lógica da informação é através das alternativas excluídas pela descrição. Tal noção se define como *conteúdo* de uma descrição ou $cont(h)$:

$$cont(h) = \frac{2^k - w(h)}{2^k} = \frac{2^k}{2^k} - \frac{w(h)}{2^k} = 1 - Pr(h) \tag{3.3.34}$$

O resultado $1 - Pr(h)$ é obtido pela definição de $Pr(h)$ em 3.3.32

cont pode ser visto como a medida de informação que um dado número de alternativas excluem. Podemos também pensar *cont* como sendo a probabilidade do que foi excluído.

O número total de diferentes constituintes é 2^k portanto $2^k - W(h)$ é o número de alternativas excluídas.

Seja $Pr(1) - Pr(W(h))$ a probabilidade das alternativas excluídas:

$$Pr(1 - W(h)) = \frac{2^k - W(h)}{2_k} \tag{3.3.35}$$

Percebe-se imediatamente que existe uma relação desta definição com a definição primária de informação. Esta é, de fato, uma medida perfeitamente razoável das informações veiculadas por h. Conversamente, pode-se definir $inf(h)$ com base em $cont(h)$ da seguinte maneira:

$$inf(h) = \log\left(\frac{1}{1 - cont(h)}\right) \tag{3.3.36}$$

[28]"The more alternatives a statement excludes, the more informative it is (this idea has been emphasized particularly by Karl Popper)". J. Hintikka (HINTIKKA, 1970)

A relação anterior entre as duas medidas é bem interessante. Costuma-se defender que, algumas vezes, o ponto de vista sobre a estrutura lógica da informação está baseada ora numa definição, ora noutra. Sugeriu-se assim que *cont* pode ser considerada como a medida de informação substancial conduzida por uma descrição; enquanto inf é considerada a medida de "surpresa", ou seja, do quanto inesperada é a sua verdade ,(cf. (HINTIKKA, 1970)). Algumas intuições sobre a diferença entre as funções *cont* e inf podem ser capturadas pelos resultados abaixo:

$$cont(h \wedge g) = cont(h) + cont(g) \tag{3.3.37}$$

se, e somente se $(h \vee g)$ é logicamente verdadeira;

$$inf(h \wedge g) = inf(h) + inf(g) \tag{3.3.38}$$

se, e somente se h e g são independentes com respeito à medida de probabilidade Pr definida por 3.3.32:

$$inf(h) = cont(h) = 0 \tag{3.3.39}$$

se, e somente se h é uma verdade lógica.

Uma coisa interessante de se imaginar a aleatoriedade é a seguinte: imagine que analisamos uma sequência aleatória de caras e coroas. Poderíamos decompor esta sequência em duas (a sequência de caras e a sequência de coroas). A sequência resultante pode ser vista como a mescla orgânica aleatória destas duas sequências. Ou seja as porções de caras e coroas na sequência aleatória é como o resultante da mistura de duas substâncias e o aleatório é a lei que rege esta mistura (as leis desta química aleatória das caras e coroas).

Como o produto do acaso pode gerar uma "ilusão" de um determinado padrão e como que a ilusão de padrões com causas definidas podem ser obras do acaso.

Outro conceito interessante é o de ilusão coletiva.

Os enigmas são criados e trabalhados sobre a intuição ou certas regras da intuição humana juntamente com correlações estatísticas sobre palpites intuitivos em cenários informativos.

“Faraday notou que a percepção humana não é uma consequência direta da realidade, e sim um ato imaginativo” (Mlodinov 2009, p 181). Ainda na p 182 temos uma interessante discussão sobre como a mente humana lida com informações incompletas e sobre a noção de ilusão (ilusões de padrões e padrões de ilusões)

Conceito: “erro de previsão”

A maioria dos enigmas são constituídos a partir do nosso conhecimento estatístico sobre o mundo. Os enigmas organizam as informações de tal forma que usa nossa esperança sobre o comportamento dos conceitos e de suas interpretações alternativas para possibilitar a sua solução porém de maneira pouco provável. Assim a solução dos enigmas devem ter um certo grau de dificuldade.

Os jogos de adivinhação são charadas interessantes de se analisar sob estes aspectos. O que é o que é que cai em pé e corre deitado? O que é o que é que quanto mais se tira mais se tem? O que é o que é que nasce grande e morre pequeno? Podemos analisar de imediato estas questões como metafóricas ao sabermos que é uma espécie de jogo ou brincadeira. Assim a palavra “cai” do verbo “cair” e “corre” do verbo “correr” não tem necessariamente as conotações e denotações de nossa linguagem usual. O jogo consiste então em sabermos estatisticamente com que frequência podemos utilizar tais características para diferentes objetos e com que frequência uma pessoa conseguirá inferir de seu raciocínio as conotações e denotações corretas. Um enigma em que apenas uma única pessoa consiga entender o tipo de raciocínio que deve ser aplicado para sua decodificação dificilmente será considerado um enigma genuíno.

É interessante a seguinte questão: qual a diferença (em termos de relevância) de se encontrar a solução de um problema por acaso (ex. arriscar aleatoriamente uma palavra para uma charada) e de a procurar racionalmente entendendo as regras do enigma? (ver Mlodinov p 157-8)

3.4 O paradigma paraconsistente

As equações acima fornecem o arcabouço para uma teoria lógica (semântica) da informação com base na lógica proposicional clássica, pois definem conceitos como probabilidade, surpresa e informação a partir de cenários construídos apenas com sentenças atômicas e conectivos lógicos (conjunção, disjunção e negação). Em (HINTIKKA, 1970), baseado nos trabalhos de Rudolf Carnap, há extensões desse caso para a lógica de primeira ordem monádica. Para possibilitar que tais cenários sejam usados na descrição formal de enigmas ou charadas, generalizaremos os casos acima tomando por base algumas lógicas não-clássicas. A distinção entre lógicas clássicas e lógicas não-clássicas é tomada aqui tal como apresentada no livro de Susan Haack (cf. *Philosophy of Logics*, (HAACK, 1978)).

Em princípio, a generalização será feita para o caso da lógica paraconsistente **LFI1**. Dentro do âmbito das lógicas polivalentes nos concentraremos, portanto, naquelas que tratam da paraconsistência. Para explanação dos casos, será importante obter enigmas com respostas objetivas e que sejam caracterizados pelo uso de raciocínios não-clássicos.

No contexto das linguagens simbólicas formais diz-se que uma teoria dedutiva é consistente se não possui teoremas contraditórios, caso contrário a teoria será denominada contraditória.

Seguindo a notação e as construções contidas no artigo entitulado *Logics of Formal Inconsistency*, (CARNIELLI et al., 2007), uma teoria Γ é contraditória se satisfaz:

$$\exists\alpha(\Gamma \Vdash \alpha \ e \ \Gamma \Vdash \neg\alpha) \tag{3.4.1}$$

Com relação a trivialidade de uma teoria Γ, há, em princípio, duas possibilidades a saber: a teoria é trivial ou não-trivial. É trivial se, e somente se, todas suas fórmulas ou sentenças de sua linguagem forem demonstráveis (nela mesma), em termos formais:

$$\forall\alpha(\Gamma \Vdash \alpha) \tag{3.4.2}$$

Caso contrário, a teoria denominar-se-á não-trivial. Uma teoria Γ é dita explosiva, se satisfaz:

$$\forall\alpha\forall\beta(\Gamma, \alpha, \neg\alpha \Vdash \beta) \tag{3.4.3}$$

Tais classificações podem ser, analogamente, atribuídas à sistemas de proposições, sistemas de informações, etc.

Caso uma lógica dita clássica e subjacente a uma teoria T seja trivial, então T é contraditória (a inversa também vale). Sistemas triviais não são interessantes, pois uma das características mais marcantes da lógica em geral é a possibilidade de distinguir sentenças ou argumentos com propriedades relevantes em termos de funções veritativas ou de consistência, o que não é possível em uma teoria trivial (cf. *An Introduction to paraconsistent logics*, (BREMER, 2005) e *Paraconsistência em informática e inteligência artificial*, (DA COSTA; ABE, 2000)).

Sabe-se que existem tipos importantes de raciocínios que fazem uso de informações contraditórias em um mesmo cenário sem, contudo, trivializar o sistema dedutivo usado. Teorias que suportam algumas inconsistências sem trivializar o sistema são chamada de não-explosivas. Vários dos chamados enigmas lógicos podem ser caracterizados a partir desta propriedade, ou seja, suas soluções são conseguidas com base no uso de raciocínios sobre um conjunto de informações inconsistentes, todavia a solução correta alcançada não é trivial e na maioria das vezes deve ser considerada objetiva. Na ciência, na filosofia, na física e até mesmo na matemática há teorias que contradizem outras ou que são parcialmente contraditórias. Em muitos destes casos a contradição se mostra como uma fonte de informações relevantes uma vez que não trivializam os sistemas. Portanto, o objetivo principal nos estudos destes casos não deve ser eliminar as contradições ou as teorias contraditórias, mas sim adequar a formalização do raciocínio a esses cenários de modo a se obter métodos de pesquisas mais efetivos.

Partindo-se desta ideia, propõe-se aqui que o estudo de lógicas paraconsistentes sejam fundamentais para a construção de uma teoria generalizada da informação que tenha como objetivo ser uma ferramenta adequada para uma teoria geral da surpresa e dos enigmas e problemas lógicos e filosóficos.

dos fundadores das lógicas paraconsistentes. A definição de lógica paraconsistente com respeito ao símbolo de negação '¬' dada por da Costa tem a seguinte forma:

Definição 2. *Uma lógica* $L = \langle \boldsymbol{For}, \Vdash \rangle$ *é paraconsistente com respeito a* $\neg$ *sse* $\Gamma \in \wp(\boldsymbol{For})$, α, $\beta \in \boldsymbol{For}$ *e*

$$\exists \Gamma \exists \alpha \exists \beta (\Gamma \Vdash \alpha \textit{ e } \Gamma \Vdash \neg\alpha \textit{ e } \Gamma \nVdash \beta) \tag{3.4.4}$$

Ele desenvolveu uma hierarquia de sistemas lógicos paraconsistentes que atualmente é designada como Sistemas de da Costa ou *C-systems*. Os sistemas que compõem esta hierarquia são tolerantes à contradição ou não-explosivos. Porém, não se deve esperar que tais sistemas sejam totalmente não-explosivos no sentido de que quaisquer contradições não sejam capazes de trivializar o sistema, mas sim que são não-explosivos em parte, ou seja, a inconsistência é localmente permitida. Em outras palavras, se uma contradição for sustentada e os elementos desta contradição forem consistentes ou bem comportados, então o sistema trivializará.

Da Costa trabalhou com vários pesquisadores das mais diversas áreas do conhecimento. Com base em seus trabalhos e ideias é possível encontrar soluções para problemas em engenharia elétrica, ciência da computação, computação quântica[29], medicina, meteorologia entre outros. Dada a importância dos estudos sobre paraconsistência, foram organizados, nos últimos anos alguns importantes congressos sobre o tema.

Vários pesquisadores em lógica no Brasil e no mundo como Arnon Avron, Chris Mortensen, Décio Krause, Diderik Batens, F. Miró Quesada, Itala M. Loffredo D'Ottaviano, Marcelo E. Coniglio, Marcelo Finger, João Marcos, Walter A. Carnilelli entre outros têm desenvolvido recentemente trabalhos importantes sobre paraconsistência. Entre estes trabalhos pode-se citar o texto *Logics of Formal Inconsistency* publicado no volume 14 do *Handbook of Philosogical Logic* editado por Dov Gabbay e Franz Guenthner *Logics of Formal Inconsistency* (CARNIELLI et al., 2007), no qual os *C-Systems* podem

[29]para aproximações entre paraconsistência e lógica quântica ver (AGUDELO; CARNIELLI, 2008)

ser interpretados como uma subclasse das lógicas da inconsistência formal (*Logics of Formal Inconsistency*, daqui por diante apenas **LFIs**) a saber: são os **LFIs**-Sistemas, nos quais a consistência pode ser expressa por um operador unário. Teorias clássicas são caracterizadas como *explosivas* no sentido mais amplo do termo. As **LFIs**, por internalizarem as noções de consistência e inconsistência ao nível de linguagem objeto, permitem graduações de contradições não-explosivas nas teorias de seus sistemas. Com isso, torna-se possível o tratamento de raciocínios paraconsistentes em diversos graus. A paraconsistência pode então ser definida como o estudo de teorias contraditórias e não-triviais.

É óbvio que o conceito de paraconsistência está relacionado à propriedades da negação dentro de uma dada lógica. Os textos de Arnon Avron *On negation, completeness and consistency* (AVRON, 2002), Jean-Yves Béziau *Theórie legislative de la negation pure* (BéZIAU, 1994), e Wolfrang Lenzen *Necessary conditions for negation-operators (with particular applications to paraconsistent negation)* (LENZEN, 1998) tratam do papel negação em lógicas paraconsistentes e João Marcos *Nearly every normal modal logic is paranormal*, (MARCOS, 2004) apresenta um resumo das ideias contidas nos artigos anteriores.

Os dados em um sistema podem vir de várias fontes diferentes. Portanto é possível que duas informações sejam conflitantes entre si. Todavia a inconsistência entre duas informações pode não ser muito "relevante", ou seja, o sistema pode ser eficiente mesmo contendo alguns pares de informações inconsistentes. Para tratar de processamento e raciocínio envolvendo sistemas com informações inconsistentes não "explosivas" usaremos as lógicas da inconsistência formal.

Para fazer uma primeira aproximação entre paraconsistência e cenários informativos como os descritos acima utilizaremos a lógica **LFI1**, também conhecida como $\mathbf{J}_3$ ou **CLuNs**. Na primeira apresentação da lógica $\mathbf{J}_3$ feita por D'Ottaviano e da Costa em 1970, um conectivo de possibilidade ∇ é introduzido e não uma negação suplementar $\sim$. Já em 2000 em um trabalho de Epstein, essa lógica é reintroduzida com um tipo de conectivo de consistência $\circ$ (que foi originalmente denotado por ©) como primitivo. A tabela para os valores de verdade em relação aos operadores citados é mostrada em 3.1. (cf. *Logics of Formal Inconsistency* (CARNIELLI et al., 2007), *A Lo-*

Tabela 3.1 - Tabela de valores de verdade para **LFI1**

	∇	$\circ$
1	1	1
1/2	1	0
0	0	1

gical Framework for Integrating Inconsistent Information in Multiple Databases (AMO et al., 2002) e *Formal inconsistency and evolutionary databases* (CARNIELLI et al., 2000)).

Definição 3. *((CARNIELLI et al., 2007), p 21) Uma lógica da inconsistência formal (**LFI**) é qualquer lógica paraconsistente gentilmente explosiva.*

*Em outros termos, uma lógica **L** é uma **LFI** (com respeito à negação $\neg$) se:*

(a) $\exists\Gamma\exists\alpha\exists\beta(\Gamma,\ \alpha,\ \neg\alpha \nVdash \beta)$*, e*

(b) Existe um conjunto de fórmulas $\bigcirc(p)$ *que depende da variável proposicional p tal que* $\forall\Gamma\forall\alpha\forall\beta(\Gamma,\ \bigcirc(\alpha),\ \alpha,\ \neg\alpha \Vdash \beta)$.

Para definição do conceito de lógica gentilmente explosiva ver (CARNIELLI et al., 2007), p. 20.

Observação 2. *((CARNIELLI et al., 2007), p 16) A assinatura* $\mathcal{S}^{\circ}$ *será denotada pela assinatura* $\mathcal{S}^{prop}_{cla\ 2}$ *definida na observação 1 acrescida do operador unário* $\circ$ *e* $\boldsymbol{For}^{\circ}$ *denotará a álgebra das fórmulas para a assinatura* $\mathcal{S}^{\circ}$.

Definição 4. *Apresentamos abaixo um conjunto de axiomas de uma linguagem correspondente à assinatura* $\mathcal{S}$ *definida em Observação 1. Tais axiomas serão usados como base para os sistemas a serem definidos. Para cada fórmula* α*, seja* $\circ\alpha$ *uma abreviação para* $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$*. Uma lógica* $\mathcal{L} = \langle For,\ \vdash_{\mathcal{L}}\rangle$ *pode ser axiomatizada por um conjunto de esquemas de axiomas **Ax**.*

Esquemas de axiomas Ax:

(Ax1) $\alpha \to (\beta \to \alpha)$

(Ax2) $(\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to (\alpha \to \gamma))$

(Ax3) $\alpha \to (\beta \to (\alpha \wedge \beta))$

(Ax4) $(\alpha \wedge \beta) \to \alpha$

(Ax5) $(\alpha \wedge \beta) \to \beta$

(Ax6) $\alpha \to (\alpha \vee \beta)$

(Ax7) $\beta \to (\alpha \vee \beta)$

(Ax8) $(\alpha \to \gamma) \to ((\beta \to \gamma) \to ((\alpha \vee \beta) \to \gamma))$

(Ax9) $\alpha \vee (\alpha \to \beta)$

(Ax10) $\alpha \vee \neg\alpha$

(Ax11) $\neg\neg\alpha \to \alpha$

(bc1) $\circ\alpha \to (\alpha \to (\neg\alpha \to \beta))$

(ca1) $(\circ\alpha \wedge \circ\beta) \to \circ(\alpha \wedge \beta)$

(ca2) $(\circ\alpha \wedge \circ\beta) \to \circ(\alpha \vee \beta)$

(ca3) $(\circ\alpha \wedge \circ\beta) \to \circ(\alpha \to \beta)$

Regra de inferência:

(MP) $\alpha, \alpha \to \beta \vdash \beta$

Dados um conjunto de axiomas, um conjunto de fórmulas Γ e as regras de inferência para uma lógica **L** a sequência de símbolos $\Gamma \vdash_{\mathbf{L}} \alpha$, onde α é uma fórmula da linguagem de **L**, denota que existe uma prova em **L** de α a partir de Γ. Pode-se omitir a indicação subscrita quando esta for óbvia para um determinado contexto. Se Γ é vazio, então α é denominada teorema de **L**.

Uma outra forma de apresentar os sistemas é tomando o símbolo $\circ$ como primitivo (cf.

(CARNIELLI et al., 2007) p 25).

Seja $\mathcal{S}^+$ a assinatura $\mathcal{S}$ sem o símbolo $\neg$ e $\mathbf{For}^+$ o respectivo conjunto de fórmulas formado a partir de $\mathcal{S}^+$. O cálculo definido em tais circunstâncias e chamado de cálculo proposicional clássico positivo $\mathbf{CPC}^+$ é a lógica definida com base na assinatura $\mathcal{S}^+$ e pelos axiomas (Ax1)-(Ax9) e pela regra (MP). O cálculo proposicional clássico é a lógica que tem em sua linguagem os mesmos símbolos de $\mathcal{S}^+$ mais o símbolo $\neg$. **CPC** possui os mesmos axiomas e regra de inferência de $\mathbf{CPC}^+$ mais os axiomas (Ax10) e o axioma que expressa a explosão definido como (exp) $\alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$.

Seja $\bullet$ um símbolo de abreviação tal que: $\bullet\alpha \overset{def}{=} \neg \circ \alpha$.

Dada a assinatura $\mathcal{S}^\circ$ definida em Observação 2. Definiremos a lógica paraconsistente **PI** (que estende a lógica proposicional $\mathbf{CPL}^+$ na assinatura $\mathcal{S}$ definida em Observação 1). A lógica PI é definida como $\mathbf{CPL}^+$ acrescentada do axioma **Ax10**.

A lógica **mBC** é obtida de **PI** com a adição do esquema de axioma (bc1)

O sistema axiomático para a lógica **mCi** é obtido de **mBC** mais os seguintes esquemas de axiomas:

(ci) $\neg \circ \alpha \rightarrow (\alpha \wedge \neg\alpha)$

$(\mathrm{cc})_n$ $\circ\neg_n \circ \alpha$ $(n \geq 0)$

Ci é axiomatizado como **mCi** mais (cf):

(cf) $\neg\neg\alpha \rightarrow \alpha$

Cie é axiomatizado como **Ci** mais (ce) e **LFI1** como **Cie** mais os axiomas abaixo.

Definição 5. *((CARNIELLI et al., 2007) pp 75) Axiomas adicionais para a lógica LFI1*

(AxLFI1-1) $\bullet(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow ((\bullet\alpha \wedge \beta) \vee (\bullet\beta \wedge \alpha))$

(AxLFI1-2) $\bullet(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow ((\bullet\alpha \wedge \neg\beta) \vee (\bullet\beta \wedge \neg\alpha))$

(AxLFI1-3) $\bullet(\alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow (\alpha \wedge \bullet\beta)$

3.5 Enigma e informação

Enigmas lógicos, charadas e problemas em geral podem ser definidos a partir da noção de jogos sobre contextos informativos, onde o conceito de informação é essencial.

A presente proposta se concentrará na estrutura lógica da informação, e não somente na conhecida teoria da quantificação da informação inicialmente elaborada por Claude A. Shannon (1916-2001) (SHANNON; WEAVER, 1949), tal como Hintikka propõe em seu recente livro *Socratic Epistemology* (HINTIKKA, 2007) (ver também (HINTIKKA, 1970)).

Essa abordagem se fundamenta em certos contextos informativos básicos, tais como enigmas, charadas, desafios lógicos e quebra-cabeças.

É notório que, em tais contextos uma boa administração da informação disponível e de uma rede de deduções lógicas servem como base para decodificação de uma solução adequada.

Em muitos destes casos os *bits* de informação, apesar de aparentemente ou factualmente contraditórios, são bastante relevantes.

Para tirar proveito de tal ambiguidade, a lógica paraconsistente pode ser pensada com o objetivo de possibilitar a formalização de raciocínios que suportam determinadas contradições.

O conhecido "Paradoxo de Bar-Hillel-Carnap" ((CARNAP; BAR-HILLEL, 1953), (BAR-HILLEL, 1964)) causa embaraço quando conclui que o conteúdo informacional de uma contradição seria máximo, contradizendo a noção tradicional de que a informação semântica deve ser verdadeira, e que contradições são necessariamente falsas.

Contudo, surpreendentemente, em diversas situações reais ou hipotéticas, tais como no famoso enigma da Esfinge, não somente raciocínios envolvendo contradições podem ser mais adequados do que aqueles baseados na lógica clássica, como é possível codificar o raciocínio por meio das lógicas paraconsistentes da família das LFI's (lógicas da inconsistência formal, cf. (CARNIELLI et al., 2007)).

Discutiremos este e outros exemplos de forma a embasar a proposta, já diversas vezes levantada em contextos de lógica paraconsistente, de que informações contraditórias podem ser muito mais relevante do que possam parecer em princípio, e propor uma nova abordagem ao Paradoxo de Bar-Hillel-Carnap.

Há uma relação entre as noções de tautologia (analítico) e de inferência lógica que pode ser enunciada da seguinte forma: a informação disponível na conclusão está contida na informação disponível nas premissas. Todavia, duas propriedades metateóricas dos sistemas lógicos clássicos parecem não condizer com o desejo de que tais teorias sejam de fato analíticas: a indecidibilidade da lógica de primeira ordem e a intratabilidade computacional de certas informações sobre a lógica booleana.

É usual qualificar uma inferência dedutiva como sendo *analítica* ou *tautológica*. Em termos informacionais essa característica pode ser formulada nos seguintes termos: a informação veiculada na conclusão está contida no conjunto de informações vinculadas nas premissas. Em termos de função de verdade, é comum utilizar a afirmação de que a conclusão de uma dedução válida mantém o valor verdade contido nas premissas ou que o conjunto de mundos possíveis que verifica o conjunto (ou a conjunção) de todas as premissas é um subconjunto do conjunto de mundos possíveis que verifica a conclusão. A conciliação entre essas duas visões é possível pela perspectiva semântica da informação.

O Princípio da Relação Inversa (*Inverse Relationship Principle*[30]) afirma que informação e imprevisibilidade são conceitos próximos. Mais precisamente, há uma relação inversa entre a probabilidade de uma proposição P e a soma de informações (semânticas) sustentadas por P.

Segundo Floridi e D.'Agostino (D´ AGOSTINO; FLORIDI, 2009), qualquer análise sobre informação semântica que sustenta o Princípio da Relação Inversa esbarra em duas importantes dificuldades: o "Paradoxo de Bar-Hillel-Carnap" (FLORIDI, 2003) e o "Escândalo da Dedução" (HINTIKKA, 1973).

Esse princípio sustenta que quanto menos provável ou possível for uma proposição P, maior quantidade de informação semântica será carregada por ela. Disso se segue que

[30] Denominação originalmente usada por Barwise (cf. (D´ AGOSTINO; FLORIDI, 2009) *The Enduring Scandal of Deduction*)

a contradição é um tipo de mensagem que contém a maior quantidade de informação semântica. Muitos pesquisadores consideram esta conclusão como sendo impalatável (D´ AGOSTINO; FLORIDI, 2009). Bar-Hillel e Carnap estão entre os primeiros pesquisadores a tornar explícito tal resultado acima descrito (CARNAP; BAR-HILLEL, 1953) e que Floridi denominou como "Paradoxo de Bar-hillel-Carnap".

Segundo Floridi e D'Agostino (D´ AGOSTINO; FLORIDI, 2009), apesar de ser um resultado infeliz, o paradoxo é uma consequência lógica inevitável para qualquer teoria quantitativa da informação semântica *fraca* (denominada fraca, pois os valores de verdade não influenciam na obtenção desse resultado). Existem algumas tentativas de superação deste paradoxo citadas no trabalho de Floridi e D'agostino que consistem em mostrar que a Teoria da Informação Semântica Fraca se baseia em um princípio semântico que também é fraco. Portanto, seria natural estender esta proposta para as lógicas que são capazes de explicitar os níveis semânticos dentro de sua própria linguagem, ou seja, as lógicas paraconsistentes.

Agora, se olharmos para as tautologias e considerarmos a sua probabilidade veremos que seu conteúdo informativo será nulo. Como as deduções se constituem de um número finito de premissas, cada dedução pode também ser vista como uma sentença condicional tautológica onde a conjunção de todas as premissas é o antecedente e a conclusão o consequente. Uma vez que todas as tautologias tem probabilidade 1 (é verdadeira em todos os mundos possíveis) e conteúdo informativo nulo (pelo Princípio da Relação Inversa), concluímos que todas as deduções possuem conteúdo informativo nulo.

A seguinte questão baseada no argumento acima nos remete ao que Hintikka denominou como "Escândalo da Dedução": em que sentido podemos dizer que as deduções lógicas válidas nos fornecem novas informações? ou, em outras palavras, por que podemos ficar surpresos diante de deduções analíticas?

A noção "informal" de informação aproxima a ideia de propriedade dos objetos e de partição de um universo de discurso de uma maneira natural. Por exemplo, em uma situação na qual o nome de alguém está escrito em um papel dentro de um envelope, e tem-se como objetivo adivinhar tal nome. Podemos supor que existe uma maior probabilidade de um agente "adivinhar" o nome caso existam informações (propriedades) relacionadas e que é de conhecimento (ou esteja à disposição) desse agente. Suponha que o nome que está escrito nesse papel seja *José*. Portanto, se o agente sabe que é um nome masculino, então ele excluirá do conjunto de nomes considerados femininos (Ana, Beatriz, Letícia, etc.). Diminui-se dessa forma o universo de possibilidade e portanto, há uma maior chance de se descobrir o nome em questão do que na situação em que menos dicas ("informações") estão disponíveis. Todavia, existem objetos que são indeterminados para certas propriedades. Pode ser que um nome específico não possa ser classificado em termos de masculino ou feminino. Nesse caso, em princípio, o agente pode não saber o que fazer ao se considerar esses nomes. Suponha que analisamos um nome como Stam. Não queremos entrar no mérito de saber se é possível de se utilizar nomes masculinos para pessoas do sexo feminino. A questão está sendo definida nos seguintes termos. Para alguns casos, é notório que a classificação masculino/feminino é mais direta (em português os nomes João, Antônio, Marcos, etc. são obviamente masculinos enquanto Maria, Ana, Beatriz, etc. são femininos). Para esses casos dizemos que a a propriedade é clássica. Para esses casos as teorias clássicas (em termos de lógica ou teoria de conjuntos) parecem estar em perfeito acordo. Os casos em que existem indeterminações serão chamados de não-clássico. É evidente que não há tantas divergências para casos como João e Maria, mas casos como Stam e Irani (na língua portuguesa) se não são duvidosos, pelo menos, a possibilidade de indeterminação é mais latente.

Um nível de indeterminação está presente no caso de atribuirmos certas propriedades (gênero) a objetos (nomes). Se for possível identificar todos os nomes que não são indeterminados em relação ao gênero e formar um conjunto com esses nomes, então temos uma espécie de conjunto de nomes clássicos em relação ao gênero. O conjunto de nomes não-clássicos em relação ao gênero será construído a partir do conjunto de nomes que não estão no primeiro conjunto. Um outro nível de indeterminação pode ser identificado sobre o problema da definição de um nome. Por exemplo, pode ser que para uma determinada palavra não seja possível decidir se é considerada ou não o nome de pessoa.

Os exemplos acima mostram algumas possibilidades de aplicação para uma teoria de conjuntos em que propriedades indeterminadas podem ser identificadas. Ao sinalizarmos objetos como sendo consistentes (ou clássicos) atribuímos propriedades ou informações sobre o tipo de classificação (determinado ou indeterminado) para esse objeto. É possível identificar uma abordagem paraconsistente acerca de propriedades indeterminadas como as exemplificadas acima.

Se definimos "masculino = não-feminino" e "feminino = não-masculino" (em termos de gênero para um nome), então dizer que um nome (indeterminado) pode ter propriedade masculina e feminina permite que ele tenha e não tenha uma certa propriedade, ou seja, dado um nome NOM indeterminado, NOM = masculino e NOM = feminino = não-masculino. Assim: NOM = masculino e não-masculino. Todavia a existência de um nome indeterminado não trivializa a classificação dos nomes em masculino-feminino, pois mesmo que existam nomes controversos em relação ao gênero, os nomes determinados (como João, Maria, etc.) continuarão a ter comportamento clássico.

O objetivo desta seção é justificar formalmente que o estudo da surpresa em contextos nos quais estão presentes algumas informações contraditórias (ou que tenha seu valor de verdade indeterminado) é epistemologicamente relevante. Esta proposta contraria a tese encontrada no texto *Logic, language games and information. Kantian themes in the philosophy of logic* (1973) de Jaakko Hintikka de que não há interesse epistêmico sobre proposições contraditórias pois estas trivializam o sistema (as informações contraditória resultam em uma equivalência de todas as informações do sistema). Grosso modo, a tese encontrada no artigo citado acima sustenta que uma contradição apresenta todas as informações do sistema como sendo indistinguíveis.

Generalizando uma teoria dos constituintes lógicos a la Hintikka: o paradigma paraconsistente da informação semântica

Álgebras booleanas nasceram de certa forma ligadas à noção de probabilidade. Por outro lado, este fato tem relevância com o que discutimos anteriormente neste capítulo. A propriedade clássica de explosão diante de contradições é análoga à propriedade booleana de que a interseção com o complemento é vazia. O paradigma paraconsistente é o caso em que a interseção entre um conjunto A e o seu complemento pode não ser vazia.

Raciocínios envolvendo o paradigma paraconsistente podem ser exemplificados em enigmas sobre agentes mentirosos. Uma vez que não se declare qual agente está mentindo, o solucionador deverá considerar algumas informações como temporariamente ambíguas (ou igualmente verdadeiras e falsas) para continuar em suas pesquisas.

A aproximação entre informação e o paradigma paraconsistente deve ser vista também como uma aproximação entre paraconsistência e probabilidade. Assim, configurações onde uma análise probabilística seria natural em lógicas paraconsistentes seriam "nichos" para tal aproximação. Um exemplo desse tipo pode ser encontrado no artigo (CARNIELLI, 2002), *How to build your own paraconsistent logic: an introduction to the Logics of Formal (In)Consistency*, p 10, onde há oito maneiras de se interpretar uma fórmula que expressa não-consistente-não-p em Ci. As semânticas de traduções possíveis oferecem uma fórmula que expressa um bom contexto para uma abordagem probabilística e temos aqui, talvez, a chave para a aproximação entre teoria da informação e lógica paraconsistente.

Uma outra possibilidade de se aproximar teoria da informação e lógica paraconsistente é vem do fato de existirem certas "buscas". Busca-se por exemplo boas semânticas. Nesse sentido, ao se entender informação como aumento na certeza em relação à busca por um objeto em um conjunto temos uma importante ferramenta a ser utilizada.

O problema denominado "Nixon Problem" é o enigma analisado no artigo (CARNIELLI, 2002), *How to build your own paraconsistent logic: an introduction to the Logics of Formal (In)Consistency* p 12.

Sejam as seguintes sentenças:

1) Nixon é um Quaker (Qn)

2) Quakers são pacifistas ($\forall x(Qx \to Px)$)

3) Nixon não é pacifista ($\neg Pn$)

Derivamos daí Pn e $\neg Pn$. Uma das questões importantes nesse contexto é saber em qual destas premissas está a contradição. Se todas as premissas são tomadas como verdadeiras igualmente, ou possuem razões de igual força para tal, então qual seria o melhor procedimento para tratar dessa situação?

Podemos tentar acentuar alguns dos conceitos usados. Como Nixon denota um nome próprio e sua posição no contexto das premissas não possibilita a existência de informações contraditórias, então esse conceito pode ser deixado tal como está. Já 'Quaker' e 'Pacifistas' são um tanto mais 'dúbios' com relação aos seus significados. Suponha que seja possível evidenciar quem pertence ou não ao conjunto dos Quakers. O único candidato restante que é suspeito de inexatidão ou que pode estar engendrando a contradição é o predicado P (pacifista). De fato, em alguns contextos, um personagem pode ser considerado pacifista por causa de algumas de suas atitudes e não pacifista por outras. Todavia, a contradição acerca da caracterização de Nixon como pacifista não recai sobre um conceito considerado consistente, mas sim sobre o predicado pacifista. Como é possível admitir situações em que este predicado tenha um uso difuso, a contradição acerca de sua aplicação à Nixon não é suficiente para uma trivialização do discurso. A análise desse exemplo indica uma demanda por um estudo acerca da semântica informacional em contextos paraconsistentes e é exatamente isso que será proposto na seção abaixo.

Cenários informativos contraditórios, são cenários informativos em que, para alguma sentença $P \in Cenc$, onde $Cenc$ é o conjunto de sentenças constituintes do cenário, vale $\bullet P$. A generalização da teoria da informação é resultado de uma teoria da informação sobre cenários informativos contraditórios. Se a lógica subjacente à esses cenários possui a característica paraconsistente de ser não-explosiva, então tais cenários denominar-se-ão *cenários informativos contraditórios adequados.*

O símbolo $\bullet$ caracterizará uma informação A inconsistente da seguinte forma: se A é uma informação inconsistente, então vale $\bullet A$. Uma informação inconsistente pode ser também representada como $A \wedge \neg A$. Portanto, vale a equivalência $\bullet A \leftrightarrow A \wedge \neg A$ na lógica **LFI1**.

A seguir, apresentaremos a definição formal de constituinte paraconsistente generalizando dessa forma a noção de constituinte discutido na seção **O papel da entropia na comunicação**. Assim, descrições de mundo, ou mundos possíveis serão analisadas em uma teoria generalizada da informação sobre cenários informativos contraditórios adequados a partir da extensão da expressão base para constituintes:

$$(\overset{\bullet}{\pm})P_1 \wedge (\overset{\bullet}{\pm})P_2 \wedge (\overset{\bullet}{\pm})P_3 \wedge, \ldots, (\overset{\bullet}{\pm})P_k. \tag{3.5.1}$$

Os símbolos $\overset{\bullet}{\pm}$ devem ser substituídos por um único símbolo contido no seguinte conjunto $S = \{\bullet, \neg\}$ ou apagados completamente de acordo com os casos a serem descritos. Tem-se, desta forma, três possibilidades para cada $P \in Cenc$, a saber: vale P, vale $\neg P$ ou vale $\bullet P$. O número total de constituintes será 3^k. O caso $\bullet P_i$, $i \in \{1, 2, \ldots k\}$, admite simultaneamente os casos P e $\neg P$ sem contudo ser possível a sua redução a apenas um destes casos. As descrições, diferentemente do caso clássico, admitem interseções de casos, ou seja, algumas descrições podem ser sobrepostas a outras. Todavia, as descrições são parcialmente excludentes. Da mesma forma, cada descrição pode ser representada como uma disjunção de alguns - possivelmente todos - os constituintes, contanto que admita pelo menos um destes:

$$h^{Par} = C_1^{Par} \vee C_2^{Par}, \ldots, C_{w(h^{Par})}^{Par} \tag{3.5.2}$$

onde h^{Par} é a sentença que descreve o cenário (possivelmente paraconsistentes) e $w(h^{Par})$ o seu alcance. Agora, quando h^{Par} é inconsistente, não teremos necessariamente a equação $w(h^{Par}) = 0$. A ideia presente neste fato é a de que uma descrição inconsistente é mais informativa do que a ausência completa de descrição. É possível estender as definições dos conceitos-chave da teoria lógica ou semântica da informação para casos não-clássicos, mais especificamente paraconsistente. O conceito lógico de probabilidade pode, portanto, ser definido para contextos paraconsistentes da seguinte maneira:

$$Pr(h^{Par}) = \frac{w(h^{Par})}{3^k} \tag{3.5.3}$$

Quando se constata que $\bullet P_i$, $i \in \{1, 2, \ldots\}$ aparece em uma descrição, conclui-se que a informação contida na proposição não pode ser consistentemente sustentada. Desta forma, a descrição demanda uma revisão local se a informação inconsistente for relevante, caso contrário, somente os outros itens da descrição serão levados em conta.

A partir da definição clássica de informação[31] obtém-se a medida apropriada de informação com base na probabilidade lógica paraconsistente (**LFI1**) com a seguinte expressão:

$$inf(h^{Par}) = -\log_2 Pr(h^{Par}) = -\log_2\left(\frac{w(h^{Par})}{3^k}\right) = k\log_2 3 - \log_2 w(h^{Par}) \quad (3.5.4)$$

A medida $cont^{Par}(h^{Par})$ pode ser idêntica ao caso proposicional clássico se na descrição não aparecer quaisquer sentenças da forma $\bullet P_i$.

Dadas as definições acima dos elementos da teoria da informação para o caso de uma lógica subjacente paraconsistente é possível definir a relação entre sentenças inconsistentes de uma descrição e os conjuntos K_j dos elementos conhecidos por j. Ao se constatar $\bullet P_i$, pode-se concluir que $P_i \in K_j$ e $\neg P_i \in K_j$, onde K_j é o conjunto de proposições conhecidas por j. É razoável, contudo, que constatado $\bullet P_i$, conclua-se que $\bullet P_i \in K_j$.

Podemos imaginar que os predicados vagos sejam os tipos indicados para caracterizar o raciocínio paraconsistente (em termos de pertencer a conjuntos). Uma teoria de conjuntos **LFI1** deve contemplar o caso em que a intersecção entre um conjunto e seu complemento possa ser não vazia. Isso pode ocorrer por conta de uma incerteza. Se não é possível definir o objeto como possuindo ou não uma certa propriedade, então para esse caso esse objeto está na interseção entre a propriedade e sua negação.

A paraconsistência também pode ser exemplificada por dois agentes que são fontes de informação. Cada agente possui uma certa probabilidade de fornecer informação falsa ou não confiável. Suponha que tanto o agente a quanto o agente b possuam a probabilidade de 1/6 de fornecer informações falsas. Em uma determinada saída, a apresenta a informação P e b a informação $\neg P$. Não é possível determinar qual das duas informações está incorretas e portanto nenhuma delas pode ser descartada. Por outro lado, a informação adicional de que ambas as fontes podem fornecer informações não confiáveis a uma certa taxa excluem a possibilidade de explosão ou trivialização a partir da contradição. Esse é um tipo de contradição que não é inconsistente. Agora, seja c1 - c6 os 6 canais que são usados como fonte de informação para os agentes a e b. Os

[31] cf. (HINTIKKA, 1970), *On semantic information.*

canais são escolhidos aleatoriamente e existe uma probabilidade de $1/6$ de se escolher um canal que fornece apenas informações não confiáveis (falsas). Em um segundo momento descobre-se que ambos os canais que forneceram as informações contraditórias anteriores eram considerados bons. Ou seja, suponha que se descubra que apenas o canal 3 era considerado defeituoso, porém que as informações P e $\neg P$ vieram de outros canais. Portanto, para esse caso valerá a explosão e portanto não se pode raciocinar com tal contradição.

Há duas possibilidades para se tratar os espectros lógicos da teoria da informação sob uma abordagem paraconsistente:

1) Analisar os espectros lógicos com uma distribuição de probabilidade paraconsistente.

2) Analisar espectros lógicos paraconsistentes com uma distribuição de probabilidade clássica.

Em enigmas que são propostos para serem solucionados com sugestões que são resultados de perguntas com respostas "sim" ou "não" podemos definir o uso de uma lógica paraconsistente. A história-solução definirá as informações consistentes assim como o fecho das informações que formam a narrativa-solução. As informações que não influenciam a história principal podem ter um comportamento contraditório sem trivializar as inferências. Assim, $\bigcirc p$ para um determinado enigma é o conjunto das informações que fazem p consistente e será esse o caso quando p for relevante para a solução do enigma.

Para um espectro lógico paraconsistente, a disjunção terá valor zero se os membros pertencem ao complemento uma da outra. Nesse sentido, talvez seja necessário definir uma consistência n-adica. $\circ(p, q)$ significaria que p é consistente em relação a q e portanto $v(p) = 1$ implica que $v(q \wedge \neg q) = 0$ e $v(q) = 1$ implica que $v(p \wedge \neg p) = 0$. Portanto, $p \rightarrow \circ q$ e $q \rightarrow \circ p$

A teoria da informação bem como a teoria dos jogos são as ferramentas básicas para se estudar a surpresa e os enigmas. Nas seções anteriores apresentamos uma extensão da teoria da informação para o contextos paraconsistentes.

Em termos de jogos, enigmas podem ser definidos do seguinte modo: enigmas são jogos sobre cenários informativos em que todas as jogadas podem ser simuladas por um único agente epistêmico. A construção de enigmas se dá pela percepção de uma ligação entre um conjunto de informações (chamado de cenário-problema C) e um outro conjunto de informações (chamado de resposta R). Esta "ponte" entre C e R é que permitirá a existência da solução para o enigma. O cenário não preenche a condição necessária para que a ponte seja construída, mas deve necessariamente preencher alguma condição suficiente para se obter R. É óbvio que não é possível considerar o ponto de vista acima independentemente dos modelos nos quais C e R estão inseridos.

Enigmas também podem ser, analogamente, vistos como uma situação ou cenário que demanda a busca e a identificação de um elemento $s \in S$, onde S é o conjunto das possíveis ou prováveis soluções para o enigma E. Novamente, verifica-se uma proximidade entre a definição de enigmas e de jogos, pois a busca por solução é um jogo definido sobre um cenário enigmático de informações Ξ, onde Ξ é o conjunto de informações iniciais.

Outros exemplos de problemas que podem ser abordados do ponto de vista da paraconsistência (em que um espectro paraconsistente seja subjacente ao enigma) são os seguintes: a investigação policial para uma determinada cena de crime, pesquisas envolvendo diagnósticos médicos, dados vindos de diferentes fontes, etc.

Quando um paciente diz que sente dor, é comum o médico fazer ao paciente as seguintes perguntas:

A quanto tempo? Onde (no corpo)? Qual característica (aperto, pontada, pulsátil, etc.)? Fator desencadeante. O que precipita e o que alivia. Se já sentiu isso em outras épocas da vida. Tratou? É recorrente? Tem outros sintomas?

Essa estratégia é chamada de semiologia e tem por objetivo especificar as causas de uma dor. Esse tipo de busca de causas indica uma estratégia de busca do mais local para o mais geral e do presente para o passado.

Tendo em vista que jogos e teoria da informação podem ser conectados de maneira natural, uma vez que entendemos jogos como sendo um contexto onde a administração das informações definem elementos importantes com relação à tomada de decisão dos jogadores; e, uma vez que a teoria da informação pode ser adequadamente estendida para contextos paraconsistentes, é importante definir jogos em contextos não-clássicos. Um exemplo interessante são os jogos quânticos, pois recentes resultados mostram a adequação entre lógicas paraconsistentes e raciocínios quânticos [32].

A atenção dada a certos aspectos físicos da informação tem caracterizado as recentes pesquisas em computação quântica. Muitas vezes, a descrição quântica de sistemas apresentam certas vantagens sobre a descrição clássica. Por exemplo, o algoritmo quântico de Simon para identificar o período de uma função escolhida por um oráculo é mais eficiente do que qualquer algoritmo determinístico ou probabilístico (cf. (SIMON, 1994) *On the power of quantum computation*); o algoritmo quântico em tempo polinomial de Shor para fatoração em (SHOR, 1994) *Algorithmis for quantum computation: Discrete logarithms and factoring*, e os protocolos quânticos para distribuição de chaves concebidos por Wiener, Bennett e Brassard, e Ekert são qualitativamente mais seguros contra escuta interceptiva (*eavesdropping*) do que qualquer sistema criptográfico clássico (cf. (BENNETT; BRASSARD, 1984) *Quantum cryptography: Public-key distribution and coin tossing* e (EKERT, 1991) *Quantum cryptography based on Bell's theorem.*

Para que seja possível identificar e caracterizar contextos paraconsistentes é necessário se fazer uma distinção entre tipos de contradição. Criticar ideias religiosas pode ser considerado uma incorreção política, enquanto criticar ideias sobre a física ou história não, isto é, o desacordo sobre a religião é algo mais delicado (sensível) do que um desacordo sobre a física ou a história. Podemos usar o termo *puzzles* para qualificar certos tipos de questões. Poderíamos então pensar a necessidade de se fazer uma análise do uso desta palavra no contexto da filosofia.

3.6 Uma caracterização formal dos conceitos de surpresa e de enigma

Nesta seção serão propostas algumas definições formais para os conceitos de surpresa e de enigma.

A mesma estrutura de espectro lógico que é usada para definir surpresa, também pode ser usada para tratar enigmas cuja solução é dada a partir de informações obtidas por

[32] cf. (AGUDELO; CARNIELLI, 2008).

questões do tipo sim-não. A requisição de informações de um enigma desse tipo é feita para um oráculo que é definido como um espectro lógico da solução. As perguntas que não fazem requisição para esse espectro e sim para outro podem ter respostas contraditórias. A busca por solução não trivializa nos casos contraditórios, pois, para esses casos, há uma indicação de localidade lógica (que a pergunta não é respondida pelo oráculo ou espectro que descreve a solução). Assim o espectro lógico define as informações do tipo sim-não que descrevem a solução de um enigma, porém o agente que ignora a determinação desse espectro pode acabar fazendo perguntas que tem respostas irrelevantes para a inferência dessa solução e, portanto, que podem apresentar informações contraditórias. Uma outra forma de olhar para essa situação é pensando que as respostas com informações irrelevantes serão sempre sim ou sempre não, indicando, dessa forma, que tal contexto é clássico.

A estrutura lógica da surpresa é definida a partir das apostas (ou pela definição de uma função que distribua a esperança de utilidade ou de relevância) que um agente faz sobre uma distribuição de probabilidade (indexada a esse agente) sobre um espectro lógico.

Afim de definirmos uma função de relevância para objetos em um espectro lógico relativa a um agente, partiremos das definições e resultados da teoria dos jogos bayesianos (ver (OSBORNE; RUBINSTEIN, 1994), p 24).

Como isso é uma tentativa de se definir matematicamente uma ideia não necessariamente matemática como é o caso da "relevância", é interessante iniciarmos uma discussão acerca da compreensão filosófica deste conceito.

Por lógica da relevância (relevance logic), compreende-se quaisquer lógicas ou filosofias da lógica relacionadas ao requerimento de que as premissas de uma inferência devem ser relevantes para sua conclusão. A lógica clássica possui inferências válidas que quebram com esse princípio, como é o caso do "princípio de pseudo-scotus" ou de explosão que, a partir de uma contradição qualquer proposição se segue. A lógica da relevância tem sua origem em um sistema de *strenge implikation* publicado por Wilhelm Ackermann em 1956. Alan Anderson e Nuel Belnap desenvolveram as ideias de Ackermann de se rejeitar a irrelevância dentro das inferências lógicas e publicaram seus trabalhos em uma série de artigos entre 1959 e 1974 (ano de falecimento de Anderson). Esses trabalhos foram editados e publicados com ajuda de colaboradores sob o título de *Entailment: The logic of relevance and necessity* (vol. 1, 1975 e vol. 2, 1992).

O problema que se segue de tal ideia é: como é possível determinar se uma fórmula é relevante ou não para uma inferência? Uma proposta interessante é definir relevância como sendo o grau de intersecção informacional entre um conjunto de fórmulas Γ e uma fórmula α pertencente à linguagem de Γ.

Seria interessante definir uma distribuição de relevância para então se ter uma função de surpresa que não fosse passível da crítica da indiferença do agente: um evento com baixa probabilidade causa surpresa, mas se for irrelevante, isso não será o caso.

Um outro aspecto que é importante para se definir uma distribuição de relevância é o grau de "distorção" ou de mudança na distribuição de probabilidade a priori que um evento pode causar. Nesse caso há um problema. A definição pode parecer circular, pois a distribuição de probabilidade a priori pode estar apoiada em uma distribuição de relevância.

Outro fator que pode influenciar o valor da relevância para um evento é o conceito de utilidade da teoria dos jogos. Um lançamento L_i particular de um dado (por si só) pode ter relevância $R = 0$, mas se houver um prêmio associado a esse lançamento para uma determinada saída S_a então o lançamento terá uma relevância $R > 0$. A relevância será maior quanto maior o prêmio pré-associado e maior o conhecimento do agente sobre essa saída. Assim, se uma saída tem um grande prêmio associado e isso é de conhecimento do agente, então o evento possui uma relevância proporcional à distribuição de probabilidade e ao prêmio associado a essa saída.

Antes de nos aprofundarmos nas ideias apresentadas acima temos que visualizar as possíveis outras abordagens para esse ponto. A relevância pode ser tratada também como sendo um valor binário discreto. Nesse caso, há apenas uma caracterização dos eventos de uma classe em duas subclasses: eventos relevantes e eventos irrelevantes. De acordo com o caso anterior, podemos pensar a relevância como sendo uma distribuição de valores a partir de um dado conjunto (como no caso da distribuição de probabilidade).

Revisando o conceito de informação

Apresentamos abaixo algumas críticas ao conceito de informação estudado nesse capítulo.

1. A equação apresentada por Floridi (informação = dados + significado) é problemática uma vez que é necessário mostrar como que o conceito de significado não contém informação.

2. A teoria de Shannon não quantifica informação, mas sim dados. Essa teoria trata da seguinte questão: quantos dados são necessários para se rotular um elemento de maneira unívoca em um conjunto (ou, os elementos do conjunto)?

Não se pode pensar em uma definição global para o conceito de informação, pois isso demanda o uso de informações na definição. Isso acontece, pois qualquer definição de informação é informação. Todavia, é possível e razoável propormos uma definição de informação local que use informações de outros contextos. Uma outra proposta é tentar uma definição recursiva de informação. A proposta de se fazer uma definição recursiva do conceito de informação deve levar em conta que certas informações são indefiníveis em termos de elementos mais primitivos. Logo, deve-se definir um conjunto de informações primitivas e, a partir de tal conjunto, definir informação. É óbvio que tal definição é relativizada. Não se pretende aqui que ela forneça uma definição absoluta e geral (universal) de informação, mas sim, uma definição de informação derivada de informações postuladas. Esse processo resultará em dois tipos de informação: a informação primitiva e a informação derivada ou definida.

Informação é aplicação de uma regra a um dado. Essa regra interpreta o dado em um determinado contexto. Ex. (1): "ao ver uma parede com uma determinada propriedade de pigmentação, chame-a de branca." Ex. (1) é uma regra que, aplicada aos dados produz informação.

Existe um aspecto dinâmico (processual), um contextual (modal) e um re-interpretativo (funcional-veritativo) acerca do conceito de informação. Em primeiro lugar, um conjunto de dados não pode ser considerado informação se não estiver contextualizado, não for concebido (em tal contexto) como relevante para algum processo de busca e não for repositório de valor de verdade (pelo menos parcialmente). Por exemplo, dizer que "existe uma pizzaria na rua ao lado e que o seu telefone é 2223343" não pode ser considerado informação ainda. Em primeiro lugar podemos supor que a língua usada é o português. Isso contextualiza os dados que passa a exercer o papel de informação parcial. Não se sabe a que rua se refere o texto, porém sabe-se o que significa o termo "pizzaria" e a expressão "possuir um número de telefone". Uma vez que a rua for definida, os dados poderão ser verificados em relação ao seu contexto. O processo de verificação da proposição transformam os dados em informações de fato. É, portanto, em um processo de busca que informações surgem a partir dos dados iniciais. Os dados podem ser usados como informações. Todavia tal "informação" pode ser re-contextualizada e re-interpretada (para fazer parte de um código secreto por exemplo). Assim, a sentença "existe uma pizzaria na rua ao lado e seu telefone é 2223343" poderá significar "compre dois lotes de ações da Ambev no dia 22/10/2020" ou "avance a dama duas casas a diante". Todavia, para fazer parte de um código diferente daquele usado comumente é necessário usar mais dados, assim como outras informações.

Em uma dedução clássica, as informações contidas na conclusão devem formar um subconjunto das informações contidas nas premissas? Não. A conclusão deve conter menos (ou igual quantidade de) informação do que há nas premissas, ou seja, para ser tão verdadeira quanto as premissas a conclusão não pode ser mais específica que elas. Portanto, pode-se afirmar que, em uma dedução, há perda de "exatidão" (no sentido que a conclusão afirma algo que tenha a mesma generalidade que as premissas ou que seja mais geral que estas). Como exemplo, suponha a seguinte dedução: $p_1 \wedge p_2 \vdash p_1$. Nesse caso, a premissa é mais específica do que a conclusão. Em termos de conjuntos de mundos possíveis, o conjunto de mundos que verificam a premissa é um subconjunto do conjunto de mundos que verificam a conclusão. No pior dos casos, pode-se ter a igualdade informacional e o conjunto dos mundos que verificam as premissas é igual ao conjunto dos mundos que verificam a conclusão. Portanto, a conclusão de uma dedução lógica representa a manutenção ou perda de especificidade. Se considerarmos esse discurso a partir do conceito de entropia informacional, então a conclusão de uma derivação lógica possui em geral, mais entropia, e portanto, mais incerteza do que as premissas ou a mesma quantidade de incerteza que estas. Todavia, isso não explica uma dedução em termos informacionais, mas apenas apresenta um dos aspectos informacionais que podem caracterizar as deduções clássicas. A inferência do ponto de vista da informação deve compreender o aspecto estrutural da relação entre a informação compartilhada pelas premissas e pela conclusão. Assim, não basta que algumas informações das premissas estejam na conclusão, pois (como uma metáfora) as informações relevantes podem estar misturadas a outras menos relevantes. Percebemos pois dois níveis de informações: as informações que constituem a fórmula-conclusão e a informação que mostra que as informações que constituem a fórmula-conclusão está contida nas informações que estavam nas premissas. Por exemplo, se em um lançamento de dados temos a informação de que o resultado foi um quatro, poderemos inferir também que o resultado é par. Portanto a informação "é par" é menos específica (mais entrópica) do que a informação "é quatro". A sentença "é par" significa que se está falando sobre mais elementos do que dizer "é quatro". Tomemos por exemplo a seguinte derivação: $Qa \vdash Pa$. interpretemos essa dedução na teoria dos números naturais da seguinte forma: Qa significa 'a é o número 4' e Pa significa 'a é par'. Como deduções sustentam na conclusão (ou "comunicam") a verdade contida nas premissas, então podemos concluir que em uma derivação, para que a verdade das premissas seja mantida na conclusão, deve-se concluir algo que tenha um número maior ou igual de conteúdo informativo em relação às premissas. A informação que "liga" a conclusão à premissa nesse caso é a da definição de "par". Uma conclusão não tão imediata seria a de que o resultado do lançamento do dado é a solução da seguinte equação $log_2(2x) + 3 = 0$. Entretanto, faltam mais elementos para tratar do aspecto informacional de uma derivação lógica. A informação só tem sentido se for possível uma distribuição de probabilidade. Se considerarmos o domínio de todos os modelos que há na lógica clássica proposicional para todas as fórmulas, então não será possível construir um discurso acerca da quantidade de informação de fórmulas proposicionais. De fato, a conclusão possui uma quantidade menor ou igual de informação em relação às premissas. Saber que o resultado do lançamento de um dado é 4 é mais informativo para um determinado agente do que saber que é par. Contudo, saber que o resultado do lançamento do dado foi 4 e que portanto foi um número par é, de certa forma, ter mais informação do que apenas saber que o resultado foi 4.

Logo, é necessário considerarmos os modelos que particionam o universo de fórmulas para se possa fazer uma apuração mais adequada acerca da dinâmica informacional nas deduções. Primeiramente, se não há partições no universo de modelos, então não é possível definir a quantidade de informação nas fórmulas. Em um universo trivial, não há qualquer possibilidade de distinção e quantificação das informações contida nas fórmulas ou em conjunto de fórmulas.

Seja I_α^M a quantidade de informação na fórmula α em relação a um modelo M. Seja U_t um modelo trivial. Nesse caso $\forall\alpha,\ \beta(I_\alpha^{U_t} = I_\beta^{U_t})$.

Se U é um universo não trivial, então é possível particioná-lo usando os modelos das fórmulas. Assim, uma fórmula α particiona o universo não trivial U em pelo menos dois modelos M_α e $M_{\neg\alpha}$. Essa partição de U em duas partes corresponde a um bit. Em geral cada variável proposicional pode gerar um bit em U. Se considerarmos a teoria da informação a partir de espectros lógicos como foi feito anteriormente, então poderemos entender a informação vinculada a uma fórmula α como sendo a quantidade de informação do modelo dessa fórmula em U com uma determinada partição $\mathcal{P}$ onde $M_\alpha \in \mathcal{P}$.

A partir da noção de espectro lógico, duas variáveis proposicionais podem gerar até quatro bits de informação na classe de modelos de uma determinada teoria. Sejam U essa classe de modelos, p e q duas variáveis proposicionais diferentes U pode ser particionado pelo espectro lógico gerado por p e q da seguinte forma:

$U = M_{p\wedge q} \cup M_{p\wedge\neg q} \cup M_{\neg p\wedge q} \cup M_{\neg p\wedge\neg q}$

A partição $\mathcal{P}_u$ de U, é formada pelos subconjuntos $M_{p\wedge q}, M_{p\wedge\neg q}, M_{\neg p\wedge q}, M_{\neg p\wedge\neg q}$. Em termos de quantidade de informação, dizemos que a partição $\mathcal{P}_U$ tem 2 bits (4 elementos). Qualquer outra partição terá menos que quatro elementos, portanto menos bits do que a partição acima.

Em um outro nível, poderíamos pensar também na quantidade de informação em relação à escolha da partição.

É interessante notar que, nesse tipo de leitura fica evidente que a conclusão de uma dedução possui menos informação do que a quantidade de informação contida no modelo das premissas.

Por exemplo:

$M_p = M_{p\wedge\neg q} \cap M_{p\wedge q}$, como $M_{p\wedge q} \subseteq M_p$, $p \wedge q \vDash p$. $|M_{p\wedge q}| \leqslant |M_p|$. É fácil ver que:

$I_p^{M_p} < I_{p\wedge q}^{M_p}$ e $I_p^{M_{p\wedge q}} = I_{p\wedge q}^{M_{p\wedge q}}$. Com isso, a quantidade de informação de uma fórmula depende da partição escolhida e do modelo escolhido e portanto do contexto no qual ela é considerada.

As partições e outros bits podem ser recuperados usando operações booleanas sobre os conjuntos dos modelos.

Seja uma negação paraconsistente $\sim$ e uma variável proposicional r tal que $M_r = M_p$ e $M_{\sim r} = M_q$. A quantidade informação do espectro paraconsistente a partir de r é representável em U uma vez que $M_{r\wedge\sim r} = M_{p\wedge q} \neq \emptyset$.

Um enigma é um conjunto de dados que codifica uma certa estrutura de informações conectadas entre si e com requisição de dado e/ou informações que não estão (explicitamente) no conjunto de informações iniciais. As informações requeridas podem estar de forma implícita no conjunto de dados iniciais do enigma. Chamaremos de metadados do enigma aos dados que decodificam o conjunto inicial para a interpretação esperada do enigma.

A solução de um enigma depende de um agente solucionador. Esse agente possui o conhecimento de uma estrutura de dados conectados que são suficientes (quando em conjunto com os dados do enigma) para a obtenção da informação requerida.

Um conceito interessante para essa proposta de teoria dos enigmas é o de conexão entre os conjuntos de dados estruturados. Podemos considerar essas conexões como sendo fortes ou fracas. Um dos objetivos da teoria dos enigmas é definir quando uma conexão entre dados e metadado ou interpretações são fortes ou fracas.

Um determinado objeto pode ser considerado a partir de duas informações: i) O objeto em questão é uma unidade; ii) O objeto em questão é um conjunto de partes. Em certos contextos, a informação referente à unidade é prioritária enquanto que a informação acerca de sua divisibilidade em partes não é relevante, em outros contextos ocorre o inverso. A dinâmica entre esses dois tipos de informação sobre objetos (físicos, conceituais ou linguísticos) é muito elucidativa porém muito pouco explorada e averiguada no âmbito da teoria da informação. Em filosofia, a distinção entre o uno e o diverso já motivou inúmeras reflexões e resultou em inúmeros trabalhos.

Um informação em relação a um determinado objeto pode ser possível ou não. Por exemplo, se o objeto em questão é uma mesa, então é possível considerar a informação acerca de sua cor. Pode-se perguntar por exemplo: qual a cor da mesa? esse tipo de informação já não é muito compreensível quando tratarmos de coisas abstratas como por exemplo a ideia. Não podemos definir a cor da ideia da mesma forma como definimos a cor de uma mesa. A informação acerca de uma propriedade de um objeto obedece a certos parâmetros discursivos. Uma informação pode ser probabilística como no caso da pergunta: no sorteio 3754 da loteria X haverá alguma dezena par?

A não informacionalidade para um objeto consiste em não ser possível atribuir uma determinada propriedade a esse objeto. Por exemplo, se alguém afirma que uma caixa é destra. Em sentido literal essa informação só pode possuir conotação poética. Porém essa *string* pode ser a chave para um determinado código criptográfico. Aqui a informação é uma função semântica. Um objeto 'a' possui informacionabilidade para uma determinada propriedade P sse existe uma semântica que considera Pa uma fórmula passível de atribuição de verdade.

Uma parte da informação sobre um objeto pode ser a de que ele forma uma unidade (o conjunto de certas peças de madeira que constituem um determinado armário). Podemos dizer apenas que é um armário (e essa é uma informação parcial acerca do objeto: que forma uma unidade cujo o atributo em questão é que ele pode ser considerado um armário). Uma outra informação parcial acerca deste objeto é que ele é constituído por peças de madeira e parafusos de ferro.

Todo enigma está associado (por uma função característica) a um conjunto de soluções possíveis.

(Proto-definição) informação: um dado D1 é informação sse existe um algoritmo de busca Alg e um processo de busca pb tal que o resultado da aplicação do algoritmo Alg com a entrada D1 resulta em D2 e $|D2|?|D1|$ ($D1$ é uma questão para uma resposta $D2$). Ou seja um dado é informação quando ele possibilita a exclusão de dados em uma busca.

A informação pode ser eficiente ou ineficiente. A informação é eficiente quando o conjunto de dados D2 resultante da informação é tal que CS é subconjunto de D2 (onde

CS é o conjunto solução) e $|D2|?|DA|$ onde DA é o conjunto de dados ou informações anteriores, caso contrário a informação é ineficiente.

Por um lado, construir ou escolher uma questão é uma função que depende de uma aposta sobre a quantidade de informação ou a diminuição de ignorância sobre uma (descrição de) situação, contexto, cenário ou espectro (cf. também (DEVLIN, 1995) *Logic and Information*). Por outro lado, um importante fator ao se considerar a relevância das questões é a suposição do agente em relação à probabilidade de aquisição da resposta correta (ou a expectativa do agente de obtenção da resposta correta). Assim, o questionador deve escolher suas perguntas baseado em: a) Expectativa acerca da quantidade de informação ou de decréscimo de ignorância que a resposta correta trará em relação ao espectro ou sistema de descrição em questão e b) Expectativa ou probabilidade efetiva considerada sobre a obtenção da resposta correta.

Dado um agente epistêmico A, defini-se o operador modal epistêmico K_A para denotar o conhecimento de A. Assim, se p é uma proposição, então $K_A p$ significa que A sabe p. Com o intuito de adequar esta definição aos propósitos deste trabalho consideraremos também a possibilidade do agente conhecer informações além de proposições.

Define-se também o conjunto conhecimento de A denotado por $K(A)$ como o conjunto de informações e proposições conhecidos por A.

Seja A um conjunto de agentes epistêmicos.

Definição 6. *Uma questão $i_Q^{A_k}$ é um pedido de um conjunto de informações emitido por um agente $A_k \in A$*

Definição 7. *Uma resposta I_{res} é um conjunto de informações (possivelmente vazio) recebido por um agente $A_k \in A$*

Definição 8. *Seja $A_k \in A$. Uma Estrutura-Problema EPr é um par $\langle I^{EPr}, I_Q^{EPr} \rangle$, onde I^{EPr} é um conjunto não-vazio de informações conhecidas por A_k ($I^{EPr} \subseteq K(A_k)$) e I_Q^{EPr} é um conjunto não-vazio de questões conhecidas por A_k.*

Definição 9. *Seja $I_Q^P r$ um conjunto não-vazio de questões de uma EPr para um agente $A_k \in A$. Cada questão $i_Q(A_k)$ define um conjunto de informações I_{PQ} que são as informações pedidas pela emissão de $i_Q(A_k)$. O conjunto de todas as I_{PQ} para todas as questões em I_Q^{EPr} é chamado de conjunto solução para EPr. Dizemos que A_k*

soluciona uma EPr *see para toda* $i_Q(A_k)$*, existe uma* I_{res} *tal que* $I_{res} = i_{PQ}(A_k)$ *e* $(I_{res} = i_{PQ}(A_k)) \in K(A_k)$*. Denotaremos o conjunto solução para* EPr *como* Sol^{EPr}*.*

Seja EPr uma estrutura-problema e S uma relação (binária) tal que $(EPr,\ Sol) \in S$ denote que Sol é o conjunto solução para EPr. Podemos então definir a função φ^{SolEPr}, onde $\varphi^{SEPr}(EPr) = 1$ see $\exists Sol((EPr, Sol) \in S)$ e $\varphi^{SEPr}(EPr) = 0$ caso contrário.

Agora é possível definir alguns tipos de problemas a partir de uma EPr.

Definição 10. *Uma estrutura-problema* EPr *caracteriza um problema local* $PrLoc$ *see* $\exists A_k((\varphi^{SEPr}(EPr) = 1 \wedge K_{A_k}\varphi^{SEPr}(EPr) = 1) \vee (\varphi^{SEPr}(EPr) = 1 \wedge \neg K_{A_k}\varphi^{SEPr}(EPr) = 1) \vee (\varphi^{SEPr}(EPr) = 0 \wedge \neg K_{A_k}\varphi^{SEPr}(EPr) = 0)$.

Definição 11. *Uma estrutura-problema* EPr *caracteriza um problema global* $PrGlo$ *see* $\forall A_k((\varphi^{SEPr}(EPr) = 1 \wedge K_{A_k}\varphi^{SEPr}(EPr) = 1) \vee (\varphi^{SEPr}(EPr) = 1 \wedge \neg K_{A_k}\varphi^{SEPr}(EPr) = 1) \vee (\varphi^{SEPr}(EPr) = 0 \wedge \neg K_{A_k}\varphi^{SEPr}(EPr) = 0)$.

Definição 12. *Uma estrutura-problema* EPr *é um pseudo-problema* $PsPr$ *see* $\forall A_k(\varphi^{SEPr}(EPr) = 0 \wedge K_{A_k}\varphi^{SEPr}(EPr) = 0)$

Pode-se definir um enigma como sendo a busca (efetuada por uma agente) de um conjunto de informação finais a partir de um conjunto de informações iniciais dadas. Assim, um enigma não é somente o conjunto das informações que o descreve da mesma forma como um jogo de quebra-cabeças não se reduz completamente à descrição do conjunto de suas peças. Um elemento fundamental para uma definição relevante de enigma é "a pesquisa com o objetivo de se obter informações" (ou "a busca da solução"). Apesar de existirem enigmas sem soluções, a busca pela solução deve ser possível para que a classificação de um conjunto de informações como sendo um enigma seja coerente.

Um problema é um estado de interrupção para uma tarefa ou um procedimento estabelecido por um determinado agente. Por exemplo, as tarefas podem ser uma sequência de procedimentos mecânicos ou de aquisição de dados. Se um determinado processo se interrompe antes de atingir a sua finalidade, então dizemos que há um problema. O problema então está relacionado a um procedimento e a um agente. Esta observação acerca do conceito de problema não é incoerente com a definição inicial de Aristóteles que considera um problema como sendo a possibilidade de alternativas. Apenas acrescentamos a essa definição que a existência de mais de uma alternativa constitui um problema se, e somente se essa “existência de alternativas” implica que um determinado processo se interrompa antes de atingir a sua finalidade.

Agora uma diferenciação entre o conceito de problema e o conceito de enigma pode ser definida. Nem todo problema é por si só um enigma. Todavia, pode-se supor que todo problema possui um enigma característico. Se um determinado problema se estabelece (interrupção de um processo, algoritmo, tarefa, etc. antes que sua finalidade seja atingida), então o enigma característico para esse problema é definido como sendo a busca de dados, informações ou procedimentos que anulam a interrupção de procedimentos, aquisição de dados ou informações estabelecida.

É interessante notar que a noção de enigma estabelece condições para a compreensão abstrata do conceito de teoria. Em lógica, uma teoria é definida (geralmente) como um conjunto de fórmulas ou sentenças. Em geral pode-se dizer que uma teoria é um conjunto de afirmações. São afirmações que orientam a formação de algoritmos para uma certa classe de problemas.

4 ENIGMAS E SURPRESA: ASPECTOS FILOSÓFICOS

"Para a maioria das pessoas de todos os tempos e culturas, é uma necessidade saber, mesmo saber erradamente, mais do que não saber absolutamente nada."

(John Battie)

"O pensamento mais fugaz obedece a um desenho invisível e pode coroar, ou inaugurar, uma forma secreta"

(Jorge L. Borges)

"Um labirinto é uma casa construída para confundir os homens; sua arquitetura, pródiga em simetrias, está subordinada a essa finalidade"

(Jorge L. Borges)

O conjunto de reflexões e pensamentos que constitui a filosofia não é um conjunto de ideias e de sistemas simplesmente e, portanto, ela não pode ser apreendida automaticamente a partir destes elementos. A filosofia não se reduz a um vislumbre de paisagens intelectuais. Ela surge com uma única orientação dada por um único valor: a verdade. A verdade dá cores ao mundo dos filósofos. Cores que constroem, para os seres humanos, uma realidade não passível de indiferença. A verdade atribui valor ao mundo e o ser humano, provavelmente por natureza, tende a busca deste valor. Assim nasce e permanece viva a filosofia.

Busca-se algo quando este não é possuído. Ignora-se o conhecimento absoluto e verdadeiro. O ignorar porém pode ser, ele mesmo, ignorado. É possível não saber que não se sabe. Tal estado se mantém enquanto as crenças e opiniões sobre a realidade são eficazes e úteis, ou seja, "resolvem" aquilo que devem resolver. Não havendo motivos para dúvidas, as crenças são consideradas suficientes e não se procurará por outras. Nada é buscado. Acha-se portanto que tudo que se deve saber já é suficientemente conhecido.

A incerteza é uma abertura. Na incerteza a ignorância pode ser "deduzida". Neste caso as crenças e opiniões não são mais suficientes. Há falhas latentes nas aparentes realidades construídas. O que era referência para interpretações seguras não pode mais ser usado como tal. No estado de incerteza não há crenças confiáveis. Não se sabe o que se deve pensar, dizer ou agir. Surgem dúvidas e o estado de perplexidade e surpresa é latente ao pensamento.

Em certas situações, a não-existência de problemas indica uma segurança acerca das ideias, crenças e opiniões sobre fragmentos da realidade, ou sobre a própria realidade como um todo.

As afirmações acima trazem à tona o debate metafilosófico no sentido mais óbvio do termo que é o do *debate filosófico sobre a filosofia*. Ao citar o valor *verdade*, é razoável afirmar que estamos tratando *la philosophie comme connaissance* e, portanto, não há pretensões ainda de se considerar *la philosophie comme ascèse* ou *la philosophie comme culture*. As categorias ora citadas fazem referência ao texto de Gilles-Gaston Granger *A quoi sert la philosophie?* p. 57 (GRANGER, 1993).

A discussão metafilosófica inclui como temas o método, a natureza, os objetivos e a autonomia da filosofia. Uma outra maneira de nomear este campo é pela expressão "filosofia de segunda-ordem", que faz analogia com as características da lógica ou da linguagem de segunda-ordem. A diferença entre o estudo da (ou na) filosofia e o estudo da (ou na) metafilosofia é semelhante à diferença entre analisar um problema e considerar os vários tipos de análise possível sobre a análise deste problema.

> "Devemos reconhecer a distinção entre as perspectivas filosóficas e metafilosófica: existe uma diferença entre a pessoa que desenvolve e defende uma posição filosófica e uma que examina criticamente essa posição. [1]

Já o raciocínio científico se dá em um campo de incerteza. A incerteza, como vimos, é mensurada e formalizada pela teoria da informação quantitativa. Portanto, a metodologia científica deveria se comprometer com as propriedades da informação e não com

[1](YOLTON, 1967) *Metaphysical Analysis.*

conceitos como opinião, verdade e justificativa ou com a verificação ou falseamento de propriedades de objetos externos ou internos à mente. A ciência deve ser portanto a ciência do tratamento de determinadas classes de informações. As informações incertas podem ser descritas em sistemas com duas partes (uma informativo perceptiva e uma estrutural-sistemática possivelmente lógico-matemática). Por outro lado, tanto as informações perceptivas como a fundamentação formal por meio da lógica-matemática ou por meio de outros sistemas serão consideradas incertas (uma vez que há muitos paradigmas lógicos e matemáticos divergentes).

Nesse sentido a ciência pode ser concebida como uma teoria da previsão muito próxima das estruturas de apostas usadas em diversos tipos de jogos. Primeiramente aposta-se em uma regularidade da natureza. Tal regularidade recai principalmente sobre a organização das informações no tempo. Acredita-se que não há mudanças estruturais em algumas regularidades da natureza através do tempo. Assim, analisando experimentos tenta-se capitar o que há de regularidade e o quanto se pode prever a partir de tais informações. Uma vez que temos a possibilidade de analisar o passado como uma sucessão de momentos, há uma construção sobre o futuro do passado e estes elementos permanecem no passado. Em um instante T3 é possível analisar T0, T1 e T2 tendo ciência de que T0 < T1< T2. Assim, os exemplos das tentativa de se prever fatos em T1 e T2 a partir de T0 podem ser caracterizados e qualificados também a partir de T3 (desde que os exemplos sejam suficientemente semelhantes). Portanto, pode-se tentar prever que as regularidades observadas em T1 e T2 a partir de T0 e T1 por exemplo serão mantidas em T3, T4, T5 e T6.

O tempo lógico é diferente do tempo físico e isso pode ser exemplificado através do raciocínio abdutivo e do raciocínio contrafactual.

Suponha que um evento possa ser subdividido cronologicamente em três diferentes eventos E1, E2 e E3. Para que tais eventos sejam executados é necessário que um agente o realize. O agente necessita de um conjunto de sinais A1, A2 e A3 respectivamente e que indique o início dos eventos. A relação de tempo entre o sinal e o evento correspondente, ou seja o tempo de execução a partir da existência do sinal e a execução de E1 não está pré-estabelecido. Dessa forma os sinais poderiam estar na seguinte ordem cronológica $< A3,\ A1,\ A2 >$.

O raciocínio abdutivo consegue, entre outras coisas, processar a informação sobre a tripla ordenada $< A3,\ A2,\ A1 >$ de modo que o agente consiga ordenar os eventos de tal forma que se produza como saída $< E1,\ E2,\ E3 >$.

Essa reorganização cronológica entre as triplas A e E pode ser estendida para uma reorganização cronológica entre duas triplas (ou n-uplas) de sinais ou mensagens A_i e A_j (i diferente de j) de modo que uma decodifique a outra. Para isso é necessário o conceito de uma ordem cronológica virtual que indique a permutação correta de informações. O modelo talvez já possua a ordem de eventos correta e daí essa informação já pode ser acessada virtualmente conforme as chaves que os agentes possuam.

Acredita-se em geral que o mundo forneça parte das informações que constituem a nossa construção de realidade e a outra parte e complementada pelo cérebro (ou pela mente). Essa organização do processamento de informações sobre a realidade otimizaria o uso dos neurônios (que são caros). É justamente esse complemento cerebral que é explorado pelos ilusionistas para criarem seus truques. A mágica consiste então em usar o complemento informacional sobre a realidade que está no processo de otimização dos neurônios das pessoas para produzirem um auto-engano ou auto-ilusão. Pois mesmo sabendo que é um truque o cérebro processa como se não fosse.

Seguindo a argumentação de Henry Dudeney (DUDENEY, 1943) para algumas pessoas é fácil afirmar a inutilidade prática dos enigmas e que esta característica é de possível ou fácil detecção [2], porém, esta *inutilidade prática* pode ser interpretada como a falta de aparatos práticos para tratamentos de enigmas em geral. Todavia, Dudeney afirma ter recebido vários relatos de pessoas que julgaram descobrir que o domínio de aspectos existentes na produção dos enigmas são de grande valor para a tratabilidade dos mesmos nos mais inesperados e surpreendentes modos. Um outro argumento possível é o que tenta mostrar que enigmas não possuem comprometimento com a realidade. De fato, os enigmas não precisam, a princípio, possuir estruturas empiricamente rígidas. Para solucioná-los, muitas vezes não é preciso "olhar para o mundo". Isso não significa, contudo, que necessariamente não há de maneira alguma tal comprometimento. A máxima "enigmas possuem pouco valor real a menos que seja divertido ou desconcertante ou esconda algum traço instrutivo" parece indicar algo que contradiz a própria

[2] *The practical usefulness of puzzles is a point that we are liable to overlook*, (DUDENEY, 1943)

realidade relacionada com a maneira como os enigmas são tratados, pois é no mínimo muito curioso como que esses pequenos bits (nos mais diversos casos) de conhecimentos adquiridos ajustam-se as exigências ocasionais da vida cotidiana. Deste modo, visando melhorar a compreensão da estrutura lógica e epistêmica dos enigmas, é razoável tratar seriamente as seguintes questões: Quais são os elementos básicos que determinam as condições de possibilidade de um enigma? É possível delimitar ou determinar o(s) papel(eis) epistêmico(s) dos enigmas?

Para que um enigma exista é necessário existir uma linguagem que o identifique e o caracterize. É necessário também que seja possível comunicá-lo enquanto enigma. Um enigma se constitui basicamente por um sistema de dados informativos e interconectados de tal forma que se configure, a partir deste sistema, uma codificação de uma determinada informação. Essa codificação deve estar organizada de modo que seja suficiente, para um determinado conjunto de agentes, decodificá-la a contento, caso contrário será visto como um enigma sem solução.

O enigma é um tipo de problema que pode ser caracterizado como um jogo, uma brincadeira onde o objetivo é decodificar uma solução a partir de certas informações dadas. Os conceitos de surpresa e admiração também caracterizam ou constituem os enigmas.

No âmbito dos estudos aqui presentes é também relevante a tentativa de construção de uma teoria dos enigmas seria capaz de fornecer as estruturas para análise de objetos, informações, elementos, etc. desconhecidos. Assim, pode-se pensar que o conjunto de informação que demarca o enigma são propriedades parciais de objetos ou informações não representados no enunciado que define o enigma. Todavia, a resolução objetiva de um enigma indica que tais informações podem ser suficientes para transformar objetos ou informações desconhecidos (ou pouco evidentes ou nítidas) em objetos e informações conhecidos.

O enigma e a surpresa se apresentam como duas estruturas cognitivas ou epistêmicas. A teoria de informação, tal como discutida no capítulo 3 é a base na qual as estruturas citadas repousam. A teoria da informação fornece um conjunto de ferramentas para o estudo acerca da estrutura epistêmica da surpresa e do enigma.

Um problema pode sugerir uma tarefa ou um enigma. A sua solução está relacionada com algumas dificuldades que também podem defini-lo. Problemas são obstáculos a serem superados ou contornados a fim de passar de uma situação insatisfatória para uma situação mais satisfatória (em termos de uma resolução objetiva).

> "Resolver um problema significa uma maneira de sair da dificuldade, uma maneira de contornar um obstáculo, atingir um objetivo que não foi imediatamente atingido. Resolver problemas é uma atividade específica da inteligência e a inteligência é um dom específico do ser humano: a resolução de problemas pode ser considerada como a atividade mais caracteristicamente humana [3]

Os problemas ocorrem de várias maneiras diferentes em cada área das ciências. Para se resolver um enigma, é possível que se tenha que dividir o enigma principal em subtarefas mais simples, ou reduzi-lo a um problema já resolvido ou que se considere a situação inicial de uma maneira incomum (em relação à sua interpretação literal).

Nesse sentido, algumas questões parecem ser bem pertinentes, a saber: Existe uma organização dos enigmas em termos de um sistema? Em outras palavras, é possível pensar em uma "rede" de enigmas? É possível que um enigma seja generalizante? Se existir uma hierarquia de enigmas, é possível que um enigma seja a redução de todos os outros? Essa é a tarefa da filosofia? Em outros termos, a filosofia é a busca pelo enigma universal e pela sua solução? Em que medida, responder às questões filosóficas fundamentais significa responder a todas as questões?

Na seção 4.1 a seguir, investigaremos o papel da omissão de dados no processo de investigação científica. Tal análise tem por objetivo mostrar que existem níveis de informações estruturais mais amplos do que o da atividade investigativa. Todavia tal discurso é do campo do estudo acerca dos enigma uma vez que estes podem ser entendidos como a identificação de ausência de dados assim como a devida busca de tais dados em um contexto definido.

[3](PÓLYA, 1962) *Mathematical Discovery*, preface p v.

4.1 Sobre o papel da omissão de dados no processo de investigação científica

A presente seção tem por objetivo tratar da seguinte questão: o que significa omitir dados no processo de pesquisa científica ou de resolução de problemas? A omissão de dados pode ser vista como um dos princípios genéticos para os enigmas tal como foi comentado na seção acerca da definição do conceito de *problema* (ver Capítulo 1) Todavia, antes de responder a questão acima, analise os seguintes casos:

(Situação 1): *imagine que uma pessoa ligue para o serviço de atendimento ao consumidor de uma determinada empresa de eletrodomésticos. Ela quer saber as condições de garantia dos produtos dessa empresa. Isso porque ela deixou seu liquidificador recém adquirido cair no chão e, portanto, danificou o aparelho a ponto dele não funcionar mais. Todavia, sabendo que nessas condições provavelmente a empresa não cobrirá a garantia. Essa pessoa decide omitir justamente esse fato falando para a atendente simplesmente que o aparelho parou de funcionar de uma hora para outra.*

A situação Contexto 1 que trata de um problema na bateria de um carro continha uma passagem em que João omitia dados acerca da situação em que se encontrava. Além disso João faz uma substituição dos dados omitidos. Ele disse que sua esposa havia deixado os faróis ligados enquanto o fato era que ele próprio o fizera. Uma outra situação onde a omissão de dados pode ser considerada é a seguinte: um determinado pesquisador faz experimentos com diversas variações de uma determinada amostra, mas decide publicar apenas os resultados que ele achou relevante. Essa prática é muito comum no meio científico. Nesses casos, o pesquisador pode ou não ser acusado de *maquiar* seus experimentos para induzir certos resultados. Podemos citar, na ciência moderna, diversos casos de omissão de dados na divulgação de resultados de experimentos científicos. Isaac Newton sustentou que a existência de um determinado tipo de lentes acromáticas era impossível mesmo tendo fortes evidências de que elas existiam (ver (BECHLER, 1975) *A Less Agreeable Matter': The Disagreeable Case of Newton and Achromatic Refraction* e (KOHN, 1988) *False Prophets: Fraud and Error in Science and Medicine*, pp 36-9 apud (HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, p 221) e A. Millikan omitiu dados em seus famosos experimentos acerca de gotas de petróleo que lhe renderam o prêmio Nobel (ver (FRANKLIN, 1981) e (FRANKLIN, 1989) *The Neglect of Experiment*, 229-232; (HOLTON, 1978) *Subelectrons, Presuppositions, and the Millikan-Ehrenhaft Dispute*; (BROAD et al.,

1983) *Betrayers of the truth*, pp 34-36. apud (HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, p 221). Segundo Charles Babbage (1791-1871) em (BABBAGE, 1830) *Reflections On The Decline Of Science In England, And On Some Of Its Causes*, é possível distinguir certos tipos de fraudes científicas em relação à manipulação de dados. Estas consistem basicamente em falsificar, forjar, cortar e cozinhar os dados. Falsificar e forjar é como fazer as coisas "por debaixo dos panos", ou seja, é a substituição ou criação indiscriminada de dados que não correspondem aos resultados dos experimentos. Recortar dados significa fazer uma espécie de "limpeza" dos dados para adequá-los melhor às expectativas do experimento. Cozinhar abrange uma variedade de práticas, como *suprimir* os melhores dados ou ajustar os valores das constantes para produzir um "alisamento" da fórmulas. Assim como o plágio, essas fraudes possuem equivalentes em categorias utilizadas nas regras oficiais do direito administrativo de alguns países: como por exemplo fabricação (boato) e falsificação (limpeza, cozinhar) dos dados de uma prova (cf. (JUDSON, 2006), *Anatomía del fraude científico* cap 2).

O prefácio de *Anatomía del Fraude Científico* de Horace Freeland Judson (cf. (JUDSON, 2006)) trata da importância dos casos anormais ou considerados defeituosos nas pesquisas científicas. Como exemplo é citado o caso da descoberta da circulação sanguínea em mamíferos por William Harvey (1578-1657). Ele fez experimentos com animais agonizantes e doentes. A observação dos sons produzidos pelo coração desses animais em situações de colapso ou de anormalidade levou Harvey a compreender o funcionamento normal do fluxo sanguíneo. Esse aspecto pode sugerir algo acerca da quantidade de informações contidas nos casos anormais. É notório que a pesquisa cientifica tenta encontrar casos surpreendentes para analisar, haja vista que tais casos correspondem a uma espécie de "maior liberação" de informação pelo resultado dos experimentos.

> "Em suma: na ciência, deficiências podem fornecer acesso aos processos influenciados por elas, processos que, de outro modo, encontram-se numa escala exagerada, e são complexos ou extremamente rápidos ou inacessíveis ou onde intervenção deliberada é impossível ou antiética." [4]

Desse modo, se considerarmos as fraudes ou omissões de dados como sendo casos defeituosos e anormais do desenvolvimento científico, então a própria ciência pode ser melhor

[4](JUDSON, 2006) *Anatomía del fraude científico*, p 18.

compreendida quando tais casos são analisados mais de perto. O fazer científico, portanto, indicaria o método próprio para se compreender o fazer científico. Estaríamos fazendo nesse caso uma ciência da própria ciência (metaciência ou filosofia da ciência).

> "De fato, a fraude e outras formas similares de conduta censuráveis também são, sem dúvidas, defeitos no processo científico. ...o exame detalhado da natureza dessas práticas pode nos levar à som da batida e ao pulso do que são as ciências e do que fazem os cientistas no milênio que acabamos de começar." [5]

A questão que parece inevitável é a seguinte: a ciência é capaz de se auto-corrigir? Em que grau pode haver uma tal auto-correção? Ou cabe apenas à filosofia da ciência ou da informação fornecer condições para a avaliação da produção do saber científico? Como vimos, Judson tende a afirmar que a ciência é capaz de tratar de questões metateóricas direcionadas a ela mesma. Todavia tal opinião não é compartilhada por Hintikka.

> "Mas onde é que vamos encontrar as ferramentas necessárias para uma análise adequada do problema da omissão de dados? A abordagem tradicional do método científico não nos ajuda muito. Em geral, elas encorajam uma atitude de julgamento em relação à prática da omissão de dados, na qual uma imagem típica da inferência científica retrata um passo da passagem do particular para uma generalização ou lei. Em tal perspectiva, omitir dados parece suspeito de fato." [6]

Com efeito, se a prática científica sugere que a omissão de dados seja comum, então essas omissões acabarão ocorrendo até mesmo na tarefa científica de se auto-regular. Por fim, podemos sustentar em favor de Judson que apesar da prática em questão ser comum, ela se caracteriza como um "defeito" da atividade científica. É importante que a prática cientifica comprometida com a não omissão de dados trate das questões referentes às omissões (assim como nos experimentos de Harvey, era fundamental dar atenção aos defeitos ou irregularidades da anatomia animal).

Existem, nesses contextos, importantes questões éticas que não serão tratadas aqui. O que se quer de fato analisar com os relatos acima são as condições epistêmicas dos

[5] (JUDSON, 2006) *Anatomía del fraude científico*, p. 18.
[6] (HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology: Explorations of Knowledge-Seeking by Questioning.*

agentes em termos do conjunto de informações (ou dados) a que eles têm acesso. Outras questões importantes também serão consideradas tais como: por que se omite dados? Qual a estrutura de informação contida em dados omitidos? Qual a importância dessas estruturas de dados omitidos para a atividade científica e para a compreensão das estruturas epistêmicas a que se pode ter acesso? Para tanto, apresentaremos algumas reflexões acerca dessas questões tendo como base os artigos *Is the logic the key to all good reasoning?* em (HINTIKKA, 1999), p 1-24 e *Omitting Data - Ethical or Strategic Problem?* em (HINTIKKA, 2007), p 221-227. Em ambos os textos, Hintikka trata de questões que envolvem a relação entre características éticas e epistêmicas. No primeiro, um dos objetivos é mostrar que a conotação original da ética (a busca da boa conduta) pode ser identificada na origem da lógica quando ela é vista como o exemplo do raciocinar bem (ou seja, a boa conduta do raciocínio). No segundo, ele argumenta que o conteúdo do estudo acerca da omissão de dados é algo muito mais complicado epistemologicamente do que se tem admitido em termos de pesquisas nessa área e, portanto, tanto os julgamentos metodológicos quanto éticos são muito mais difíceis do que muitos autores costumam assumir.

A questão da omissão de dados no processo de desenvolvimento científico está fortemente relacionado à transmissão das informações e dos dados adquiridos a partir dos experimentos e estudos realizados. Assim a omissão de dados pode ser vista como a transmissão de um subconjunto próprio de informações e dados disponibilizados a partir de um determinado experimento. Uma outra forma de se entender esse tipo de transmissão de dados (transmissão de um subconjunto próprio de dados) é através da noção de *seleção* de dados. Isso porque existe uma importante diferença entre os verbos *omitir* e *selecionar*, apesar de que, em termos práticos, os dois processos possam ser indistintos.

Se pensarmos o processo de pesquisa científica em termos de jogos, então é razoável entender a escolha acerca da omissão de dados como dependente das regras que definem o fazer científico bem como das regras quem orientam as estratégias dessa atividade.

Regras definitórias e regras estratégicas

Jaakko Hintikka introduz a distinção acerca de *regras definitórias* e *regras estratégicas* a partir de uma perspectiva metalógica em seu trabalho (HINTIKKA, 1999), p 2. Tal distinção tem uma forte influência de conceitos pertencentes à teoria dos jogos e, por consequência, sugere que alguns aspectos sintáticos e semânticos sejam estruturados da mesma forma que as regras de um jogo. Por exemplo, em um jogo de xadrez as regras definitórias estabelecem os modos como as peças podem ser movidas bem como suas disposições iniciais. São essas regras que definem um jogo como sendo xadrez. Já as regras estratégicas (ou princípios) do xadrez tem como característica avaliar a escolha de quais conjuntos de movimentos são mais apropriados para se atingir certos objetivos (provavelmente o de se ganhar uma ou várias partidas).

O conceito de *estratégia* desempenha um importante papel nas dinâmicas dos jogos. A estratégia consiste de um conjunto de regras que indica para os agentes (jogadores), em uma certa situação ou configuração de um jogo, o que irá ocorrer daquele ponto em diante. Desse modo, todos os movimentos de um agente em um jogo podem ser reduzidos à escolha de suas estratégias.

Os conceitos acima definidos serão bastante usados para a análise de Hintikka acerca da omissão de dados no processo de investigação científica.

Hintikka compreede o processo científico a partir do modelo de busca de conhecimento por perguntas e respostas proposto a partir de uma lógica das perguntas e respostas (*interrogative model of inquiry*). Ele acredita que esta abordagem é a mais indicada para analisar o papel da omissão de dados no processo de investigação científica.

> "Uma abordagem mais útil é conceituar e pensar a busca pelo conhecimento em geral, e a investigação científica, em particular, como sendo uma série de questões colocadas a uma fonte de respostas, que, no caso da ciência empírica é a natureza." [7]

Portanto, a busca por conhecimento através de perguntas pode ser pensada como uma série de questões a serem colocadas a uma fonte de respostas (ou de informações). A origem de tal abordagem remonta a Francis Bacon e a Immanuel Kant, mas, segundo Jaakko Hintikka, só se tornou precisa após o surgimento de sistemas lógicos baseados em

[7](HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, p. 222.

questões e respostas (cf. (HINTIKKA, 1999)). O mérito do modelo interrogativo consiste na possibilidade de se considerar a investigação científica como sendo um processo. Assim, pode-se aplicar a esse processo conceitos e regras estratégica de tal forma que seja possível distinguir entre diferentes tipos de processos de questionamento.

Em relação a distinção feita entre as duas classes de regras podemos afirmar que por um lado estão as regras que especificam os movimentos permitidos e o que contará como vitória ou derrota (recompensas e punições) e por outro, as regras estratégicas que comunicam aos jogadores como serem bem sucedidos nesses jogos[8]. Um aspecto importante é que tal concepção pode ser aplicada aos sistemas lógicos em geral e na estrutura das investigações científicas.

> "A distinção é obvia em jogos como xadrez, mas também pode ser feita em "jogos" tais como a prova de teoremas na lógica ou o "jogo" da investigação interrogativa." [9]

As regras de inferências nas lógicas são mais definitórias do que estratégicas. Elas não indicam que tipo de inferências devem ser feitas em cada momento de uma prova para que se tenha sucesso na identificação de teoremas de um determinado sistema. Entretanto, as regras estratégicas não possuem apenas aspectos heurísticos. Em certos casos, regras estratégicas podem ser tão explícitas ou exatas quanto as regras definitórias.

O jogo interrogativo (ou investigativo) como o que Hintikka propõe possui as seguintes características: um jogador começa com um conjunto de premissas iniciais. Quando a pressuposição de uma questão é estabelecida, o questionador (Questioner) pode aplicá-la. Se uma resposta é recebida, então ela é adicionada à lista de premissas. Isso pressupõe uma análise da relação questão-resposta e a especificação de como uma resposta se torna disponível em um determinado jogo interrogativo. Um jogo como esse está perpassado por movimentos constituídos de inferências lógicas. No caso da investigação científica as respostas normalmente são consequências dos experimentos e dos dados das observações. Um dos prós para esses tipos de jogos é a sua simplicidade. Sua forma não muito idealizada sugere uma certa correção. Todavia, podemos questionar se tal abordagem é

[8] para uma abordagem básica sobre teoria dos jogos ver apendice A
[9] (HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, p. 222.

relevante para alguma pesquisa em filosofia da ciência. Embora o problema da omissão de dados possa ser tratado com uma nova perspectiva a partir de um jogo interrogativo como o descrito acima, mais elaboração é necessária para se ter efetividade em tal abordagem.

Um exemplo de investigação interrogativa pode ser dado pelas práticas das cortes de justiça. Por exemplo, nas investigações de certos crimes, informações são adquiridas e cruzadas para se obter os seus graus de confiança e um número consistente de informações confiáveis para que o juri e o juiz venham a tomar as decisões mais acertadas. Assim, os suspeitos e testemunhas são interrogados de modo estratégico. Nesses casos o inquiridores não podem simplesmente aceitar cada resposta como sendo verdadeira. Entretanto, as supostas contradições ou falsidades também não podem ser consideradas suficientes para se inferir qualquer sentença do sistema (como ocorre nos sistemas lógicos clássicos). Assim, as informações colhidas devem ser colocadas em suspenso, ou seja, deve-se haver instrumentos sintáticos e semânticos para aplicar certas "aspas" sobre as respostas. Tais instrumentos são sistematizados logicamente pelo paradigma da paraconsistência como já podemos constatar em trabalhos como (CARNIELLI et al., 2007). Essas regras parecem sistematizar espectros estratégicos como regras definitórias e, uma vez que o propósito da análise aqui engendrada é compreender as regras que organizam o processo de investigação científica sobre certos aspectos (o da omissão de dados ou enigmatização de contextos) podemos dizer que algumas pistas já foram encontradas. Contudo, Hintikka se diz mais interessado em compreender as regras definitórias da investigação científica. Portanto, ele rejeita a possibilidade de se compreender tal processo sistematicamente a partir de suas regras estratégicas.

> "Regras estratégicas serão, obviamente, difíceis de se formular, mas isso é simplesmente a dificuldade em questão no problema de se encontrar as regras estratégicas certas. Esse é um problema que esperamos estudar, porém não resolvê-lo de imediato. Todavia, o que eu estou procurando são regras definitórias da investigação cientifica, isto é, regras que dizem meramente o que um investigador pode fazer. E, para o escalonamento ou destaque das respostas é suficiente que se permita a variação e naturalmente, que se permita também a retirada do escalonamento ou do destaque em qualquer fazer posterior da investigação. O que é relevante aqui é que existe um aspecto de normalidade acerca da ideia de que as respostas que um investigador recebe possam ser testadas - e deverão ser tes-

> tadas muitas vezes - para análise de sua veracidade por meio de mais perguntas e respostas. Um discurso de uma testemunha em uma corte de justiça é testada pela sua comparação com outros tipos de testemunhos e com as "respostas" que tomam a forma de evidências físicas. O mesmo vale, é claro, para a investigação científica: a "resposta" (resultado) de um experimento é testado pela repetição desse mesmo experimento ou pela realização de um análogo" [10]

É bastante razoável fazermos uma analogia entre as "aspas" (ou parênteses) colocadas sobre as respostas duvidosas dos suspeitos e testemunhas e os operadores de consistência e inconsistência das lógicas da inconsistência formal. Por isso, podemos dizer que alguns aspectos definitórios das regras estratégicas em investigações interrogativas (como nas ciências ou nas cortes) são passíveis de tratamento formal e sistematizado (obviamente dentro de determinados limites).

Em relação aos tipos de dados envolvidos em tais investigações, podemos supor que são insuficientes para determinar o valor de verdade a eles associados. Assim, talvez seja notória uma afirmação de que essas informações possuem dados e "quase-dados" em suas constituições. Os quase-dados podem ser entendidos aqui como objetos que deveriam ser considerados dados formadores das informações em questão, mas como essas informações são duvidosas ou incertas, não há distinção entre o significado deles e de seu(s) complemento(s) ou negação(ões). Assim, conclui-se que não há desuniformidade bastante para considerar tais elementos como sendo dados no sentido definido por Floridi e apresentado acima, todavia não temos como sustentar que eles não sejam dados. Portanto sugerimos a denotação de "quase-dados" a esses elementos de informações duvidosas ou incertas. Além disso, podemos dizer que tais quase-dados são os responsáveis pela incerteza ou dúvida presentes nas informações obtidas pelo processo interrogativo. Esses quase-dados são fortemente atrelados aos contextos aos quais pertencem. Por exemplo, as informações disponibilizadas pelos suspeitos são passíveis de dúvida justamente porque o agente que emite tais informações tem interesse de desconstruir a sua caracterização como suspeito. Assim, dentro desse jogo é bastante razoável que um suspeito seja capaz de mentir. Logo, suas respostas são duvidosas ou incertas a priori. Talvez a condição de um dado em uma informação emitida por um suspeito é a de um quase-dado justamente porque a condição do suspeito nessa situação é a de um

[10] (HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, p. 223.

quase-culpado.

A partir desse ponto de vista, a decisão de se omitir ou não dados seria estratégica? Segundo Hintikka, sim. "uma decisão de se omitir (ou não omitir) dados é uma decisão estratégica, e não um caso acerca do que um cientista deva ou não fazer." [11] Porém, para Hintikka a decisão de se omitir dados não deixa de ser fraudulenta. Assim, as questões mais especificas acerca do significado da omissão de dados devem ser analisadas tendo em vista a prática científica. É razoável considerar que, se um cientista percebe que algo deu errado em seu experimento ou observação, então cabe a ele decidir pela desconsideração do resultado. Nesse caso, uma regra que regulasse esse tipo de decisão poderia ser considerada uma regra definitória.[12] Tal regra estaria regulando um tipo de omissão de dados. Em outros casos o cientista pode ter fortes razões teóricas para esperar uma determinada saída em relação aos seus experimentos. Portanto, o resultado experimental diferente do esperado poderá ser visto como uma indicação de que algo em seu experimento está desqualificando-o. Dessa forma, a decisão de se omitir certos dados passa a ser uma questão de estratégia epistêmica. É como uma decisão entre a teoria (que pode indicar que certos resultados correspondem ao experimento realizado corretamente) e a prática (que mostra resultados sem que se possa ter um conhecimento total de todos os fatores que possam ter influenciado tais resultados).

Contexto de descoberta e contexto de justificação

Segundo Hintikka, a opção por se omitir dados poderia ser justificada se o propósito do investigador fosse o de "encontrar a verdade". Ele aproxima a estrutura da investigação científica e a estrutura dos jogos. Assim, muitas decisões acerca do processo de investigação científica podem ser compreendida a partir de aspectos da teoria dos jogos.

Em um periódico científico, o valor dos resultados experimentais residem principalmente em sua confiabilidade. Assim, as estratégias dos investigadores podem ser justificada se for levado em conta o quanto seus resultados são considerados confiáveis. Nesse sentido, a omissão de dados pode ser considerado muito mais um erro de cautela do que um erro acerca da estratégia usada em uma busca pela verdade ou pela confiabilidade dos

[11] (HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, p. 223.
[12] (HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, p. 223.

resultados experimentais. Todavia, certas estratégias podem satisfazer tanto os cânones da busca pela verdade quanto os cânones da busca pela otimização dos resultados experimentais.

Outro fator relevante que se deve levar em conta no problema da omissão de dados é acerca da questão motivadora de um determinado experimento. Se um experimento é uma questão (ou enigma) posta(o) à natureza, então devemo nos perguntar: "qual a questão posta à natureza por um determinado cientista que faz um determinado experimento?" Assim, poderemos ter em mente melhores condições de análise das estratégias e decisões desse cientista em relação ao modo como ele publica seus resultados.

Um outro problema que se desenha aqui é acerca dos limites de uma teoria em face a resultados anômalos de alguns experimentos.

> Nesse sentido, nós, não obstante, caímos em outro problema complexo. É o problema sobre o que fazer com os contra-exemplos *prima facie* de uma teoria, às vezes conhecidos como anomalias. Por exemplo, devemos suportá-los, pelo menos temporariamente ou devemos tentar explicá-los em termos da teoria e vigor por meio de inquérito suplementar, ou devemos tentar encontrar uma melhor teoria para explicá-los? Essas perguntas são questões estratégicas e, portanto, não afetam a ética da ciência. [13]

4.2 Enigmas, surpresa e conhecimento

A estrutura enigmática não só indica que algo é desconhecido (o que existem dados não acessados ou omitidos) mas também a possibilidade dessa informação (ou dado) passar a ser conhecida(o). O enigma indica a possibilidade da passagem do desconhecido para o conhecido e assim faz parte de um processo de acumulação de conhecimento. A ciência e a filosofia são partes do processo de tratamento de certos enigmas que formam diversas coleções de problemas relevantes, interessantes e curiosos. Uma das vertentes foi a do entretenimento; a da filosofia e da ciência fazem parte da classe de enigmas que são úteis para acessar informações sobre o funcionamento da natureza.

Grosso modo a estrutura fundamental do conhecimento racional é dada a partir de três categorias básicas: o sujeito, o objeto e a linguagem. O sujeito é o moderno sujeito do

[13](HINTIKKA, 2007) *Socratic Epistemology*, p. 226.

conhecimento apresentado pela filosofia cartesiana. Quando o conhecimento é tido como característica desse sujeito dizemos que a tendência filosófica subjacente é a idealista. Já quando a predominância do discurso recai sobre o objeto e este é independente do sujeito dizemos que a postura filosófica subjacente é o realismo. A estrutura básica do enigma teórico possui quase esse mesmo desenho, porém com algumas modificações elementares. É possível pensar que o enigma teórico está ligado necessariamente ao conhecimento ou pelo menos à sua falta. Não há enigmas teóricos onde tudo é conhecido e por isto é lícito pensar teoreticamente que não existem enigmas teóricos para seres oniscientes em geral. Deus, sendo um ser onisciente, não pode enxergar um enigma teórico em lugar algum.

O enigma teórico em si também pode ser analisado a partir das categorias do conhecimento, pois sua existência está ligada necessariamente à existência ou não deste. Assim, tomemos a princípio os três conceitos anteriores: o sujeito, o objeto e a linguagem.

De alguma forma o enigma teórico parece se ligar a um destes três elementos. O problema pode ser ontológico em relação ao sujeito, ao objeto ou à linguagem. Pode acontecer também que o enigma seja uma relação entre questões referentes a mais de um desses conceitos. Portanto, o enigma teórico pode estar ligado ao sujeito e à linguagem sem ser característico do objeto. Outras combinações também podem ser pensadas a partir desta.

Analisando o conceito de enigma teórico a partir das categorias básicas do conhecimento tal como vimos acima é possível definir o discurso sobre os sistemas filosóficos. Isso pode ser feito a partir da caracterização do conceito de enigma teórico, por exemplo: se caracterizamos enigma como algo específico ao sujeito, então o discurso filosófico será provavelmente idealista.

Os enigmas habitam a mente humana desde que os seres humanos tomaram consciência de sua própria existência. Existe uma relação estrutural entre os conceitos de enigma, conhecimento e ignorância.

Alguns autores consideram que a filosofia pode ser entendida a partir de um conjunto de buscas de respostas para certos tipos de enigmas.

> "...pois filosofia é meramente a tentativa de se responder a tais questões (últimas), não descuidadamente ou dogmaticamente, como fazemos na vida cotidiana e mesmo nas ciências, mas sim criticamente e após explorar tudo que as fazem ser intrigantes (*puzzling*), e depois de compreender toda a vagueza e confusão na qual subjazem nossas idéias comuns." [14]

Os enigmas filosóficos são aqueles tratados racionalmente pelos filósofos. Existe um grande número de enigmas filosóficos. E, parafraseando Kant[15], esses enigmas são originados em nossa razão, colocados a ela por ela mesma e a própria razão nem sempre consegue dar conta de suas respostas, porém tais enigmas não podem ser deixados de lado facilmente. Ao tentar responder esses enigmas o filósofo procura afastar-se do dogmatismo. Diariamente as pessoas costumam assumir certas coisas que quando analisadas com mais critérios são fontes de tantas contradições que talvez nem uma profunda reflexão possibilitaria o conhecimento sobre a totalidade de tais crenças.

Bertrand Russell trata de vários enigmas filosóficos em sua obra *The Problems of philosophy*. O primeiro capítulo se inicia com a seguinte pergunta: "existe algum conhecimento no mundo que é tão certo que nenhum ser humano racional poderia duvidar?" [16]

Aqui temos duas perspectivas: uma para o discurso ontológico (sobre a existência de algo) outra para o epistêmico (um conhecimento de um determinado tipo). Caso a resposta a esta questão seja negativa, não poderemos encontrar argumentos definitivos para defendê-la. Nem mesmo a resposta poderia ser tomada como definitiva uma vez que, não havendo conhecimento tão certo, as respostas também não o serão.

Os pré-socráticos foram os primeiros a tratar os enigmas filosóficos de maneira predominantemente racional. Inicialmente a questão era formulada em termos físicos ou cosmológicos. Tentava-se argumentar sobre a matéria original de todo o universo. A essa substância deram o nome de *arché*. A argumentação ou tentativas de respostas tratavam das razões possíveis para que esta ou aquela substância fosse escolhida como arché. A pergunta que descreve o enigma pode ser da seguinte forma: qual a substância

[14](RUSSELL, 1959) *The problems of philosophy*, cap. 1.

[15]cf. (KANT, 2001), *Crítica da Razão Pura*, sétima secção - Decisão crítica do conflito cosmológico da razão consigo mesma

[16](RUSSELL, 1959) *The problems of philosophy* cap. 1.

que deu origem ao universo? Para tentar responder a essa pergunta os pré-socráticos tinham que ter respondido positivamente a outras perguntas tais como: existiu uma primeira substância de todo o universo? O universo é predominantemente material? Etc. A pergunta dos pré-socráticos "qual a substância que deu origem ao universo?" é uma pergunta que pressupõe uma ontologia: a existência de um universo e de sua origem. O enigma trabalhado pelos pré-socráticos é portanto um problema que só tem sentido a partir de uma teoria metafísica já estabelecida. Pode-se tomar esta característica como uma possível estrutura para enigmas filosóficos. Formula-se assim a seguinte proposição: um enigma filosófico deve necessariamente não ser primitivo, pois só pode ser compreendido a partir de teorias que respondam a outros enigmas e problemas anteriores. Uma questão subjacente à questão dos pré-socráticos era a da diferenciação entre aparência e realidade, mais precisamente analisada por Parmênides de Eléia. A questão acerca da substância primordial é também uma pergunta sobre a ralidade do cosmos além de sua simples aparência. A dualidade aparência/realidade pode ser aplicada sobre o conceito de enigma. Desta forma identifica-se dois níveis de linguagem. No nível do objeto (para a dualidade aparência/real) o conceito de enigma é aplicado sobre a dualidade. Assim temos o problema acerca da aparência e da realidade do ser. No nível metalinguístico a dualidade recai sobre o conceito de enigma. Troca-se então a ordem e o enigma pode ser predicado como aparente ou real. Neste caso o enigma pode parecer uma coisa e ser outra ou pode parecer que o enigma seja um e na verdade o enigma é outro. O discurso acima faz parte de uma categorização acerca dos enigmas em si. Em termos aristotélicos as categorias são predicados possíveis. A disciplina a ser estudada neste caso é a metafísica dos enigmas.

Um enigma não pode ser considerado como tal para um indivíduo que não o compreende como problema, por isso deve-se considerar o enigma do ponto de vista da sua objetividade principalmente em um estudo teórico sobre o conceito universal de enigma. Questões como 'o enigma é real ou aparente?' não tem sentido se considerarmos este problema do ponto de vista da objetividade. Porém a seguinte questão continua pertinente: que tipo de objeto o enigma é?

Não se pode chegar ao conhecimento das estruturas primordiais do conceito de enigma. Não há uma ordem hierárquica suprema sobre tais aspectos pois o enigma sempre pode enigmatizar a si mesmo. Quando a problematização recai sobre o conceito de enigma, não há saltos de níveis. O patamar permanece tal e qual o do enigma simples. O meta-enigma é um enigma.

O enigma pode ser sobre a relação entre a aparência e a realidade e podemos também aplicar o dual aparência e realidade sobre o conceito de enigma. Os enigmas têm como condição de sua existência a transcendência da ordem temporal. O problema de Goldbach traz o implícito 'se': *e se qualquer número par puder ser representado pela soma de dois números primos?* Este condicional remete a algo não dado e, por isso, fora da ordem temporal. Problemas teorizados não fazem parte da realidade espaço-temporal e do mundo material. São situações hipotéticas porém nem sempre impossíveis. Estão apenas nas ideias humanas. São objetos da imaginação que possuem uma determinada ligação com os conceitos não puramente ideais.

Mesmo que o raciocínio resolutor de um enigma não seja racional em si, a correção e a compreensão de que o objeto solução tem uma relação direta com o conjunto de dados que formam o problema deve ser passível de compreensão racional.

É uma espécie de meta-raciocínio. Esse meta-raciocínio é o fazer sentido. Um enigma e sua solução não necessitam que a justificativa seja apenas racional. A metáfora e a analogia inerentes à linguagem permitem soluções que são consideradas coerentes, mas que são impossíveis do ponto de vista unicamente lógico ou racional-dedutivo.

Nas atividades de pesquisa científica, normalmente, é possível pensar em discursos com pretensões de coerência. Essa pretensão se estende aos agentes epistêmicos. Tais agentes pressupõe que seus discursos sobre o mundo obedecem uma coerência.

Existe ainda uma pressuposição de consistência para a descrição dos objetos do mundo no discurso científico. Nesse caso, supõe-se que o discurso correto obedeça a lógica clássica, porém que os discursos parciais (ou todos) são não-clássicos. Todavia, apesar de ser não-clássico, espera-se ou há uma pretensão de que o discurso parcial já seja clássico.

Em resumo. Há uma pretensão generalizada de que em um discurso científico, para qualquer 'A' temos que 'A' é consistente. Todavia ao se comparar um discurso a outro também coerente e descritivo da realidade pode- se constatar 'A' e 'não-A'. Esta constatação tem como consequência a seguinte conclusão (‘A’ é consistente ou ambos ‘A’ e ‘não-A’ podem acontecer). Podemos ainda pensar um novo tipo de paraconsistência para se adequar a esse modelo de raciocínio onde pode acontecer a seguinte situação ‘A é consistente’ e ‘A é inconsistente’. Poderíamos chamar essa situação de meta-paraconsistente. Essa lógica se regula a partir de mais de um discurso. A ideia é que meta-discursivamente pode existir um tipo de lógica. A ciência tenta construir esse discurso dos discursos. O objetivo seria ver como é a lógica desse discurso dos discursos. A constituição de um discurso representa a solução de um enigma gerado pela contradição, ou inconsistência entre as interpretações das informações envolvidas.

Há uma interessante articulação entre lógicas que são usadas para inferir dados, informações e interpretações e lógicas que se preocupam com formulações de questões e provimento de novas informações, dados e interpretações. Existem também hierarquias de discursos, porém essas hierarquias não são fortemente definidas pois uma informação em um discurso menos ‘pesado’ pode forçar uma situação enigmática (incoerência de informações) em um discurso que esteja acima na lista hierárquica. Assim, dado uma incoerência o enigma se define como a busca pelo discurso que melhor adeque a incoerência de modo a esta não afetar outros discursos ou modificar da menor maneira possível os outros discursos. Daí a entropia e a relação entre entropia e paraconsistência. Pois essa entropia é a entropia das informações possíveis para se construir os discursos que resolvem o enigma. É a entropia dos conjuntos de discursos que serão considerados na construção do discurso solução.

O peso ou relevância de um discurso (ou dos elementos do discurso) pode ser visto como um valor. Certas crenças e afirmações possuem um valor e esse valor está intimamente relacionado à probabilidade e à paraconsistência. Aceitamos que possam haver contradições entre coisas que são menos estabelecidas probabilisticamente e repudiamos contradições entre coisas consideradas próximas da necessidade lógica.

A estruturação da pesquisa acerca dos enigmas e da surpresa, do ponto de vista da filosofia, depende fortemente do estabelecimento (ou da construção) de uma metafísica e de uma epistemologia fundadas prioritariamente nas noções de informação e dado.

A pesquisa aqui desenvolvida aponta para uma certa recuperação das questões metafísicas com base em uma teoria informacional: as críticas às questões metafísicas básicas como sendo questões sem sentido ou pseudo-problemas só podem ser validadas em contextos onde a metafísica não seja de cunho informacional. Nesses contextos essas questões não são irrelevantes, mas sim questões-*puzzles* que tratam dos fundamentos e limitações das teorias.

Outros comentários

Segundo os documentos históricos, grande parte dos primeiros desafios escritos tratam de questões envolvendo o conceito de medida (*measure*), unidade e representação numérica (cf. capítulo 1 do presente trabalho e (CLAGETT, 1999)). A escrita dos números, sua representação e organização são fundamentais para muitas práticas humanas tais como marcar o tempo e o espaço de um ritual, cerimônia, etc. Organizar a produção de alimentos e utensílios bem como sua utilização e prever acontecimentos por antecipação. O sistema numérico influencia todos os campos do conhecimento humano. O desenvolvimento de tal sistema é extremamente complicado e necessita de um sistema simbólico bastante desenvolvido. As sociedades antigas que tiveram sucesso nessa empreitada de construir um sistema numérico eficiente foram as que mais se desenvolveram nas matemáticas e nas ciências. Os sistemas de numeração e medida, mesmo quando prontos e em uso, são extremamente complexos e consequentemente, existe aí um contexto para a identificação, criação e solução de situações-enigmas. Boa parte dos enigmas encontrados em documentos muito antigos (antes da idade média) são situações que explanam formas de raciocínio tendo como base um certo sistema de numeração. É razoável pensar que diferentes sistemas de numeração possuam vantagens e desvantagens diferentes quando usados na abordagem de certos problemas. Se diferentes sistemas de numeração definem diferentes formas de se administrar a informação aritmética, então diferentes formas de administração de informações são possivelmente os elementos para se compreender a efetividade de algumas estratégias para a compreensão estrutural dos enigmas. Nesse sentido, dado o condicional anterior, conclui-se que é importante entender como sistemas simbólicos diferentes definem formas diferentes de tratamento da informação. Portanto, a argumentação anterior nos remete a uma abordagem circular acerca da informação (no sentido de quantidade de informação tal como definido por Shannon). A informação é mensurada com o uso de sistemas numéricos (binários, decimais, etc.) e os diferentes sistemas de numeração seriam (dadas as condições anteriores) formas de se organizar ou estruturar certos tipos de informação. Logo, a informação é mensurada através de um sistema de administração e uso de informações. A ideia central do argumento acima é que a informação é mensurada através de outra informação. A quantidade de informação de um sistema é uma informação. Além disso, podemos supor que qualquer aspecto de um conjunto estruturado de informações será também uma informação. O problema ou enigma que se define aqui é o seguinte: é possível traçar uma linha definitória das informações suficientes para se definir um contexto? O contexto é caracterizado como um conjunto estruturado de informações. Podemos também denominá-lo como situação. A questão formulada acima então expõe a demanda pela definição rígida das informações suficientes para determinar algum contexto. Talvez a questão seja mais relevante se pensarmos a caracterização de um contexto como sendo a quantidade suficiente de informações contidas neste contexto que são consideradas afim de diferenciá-lo de qualquer outro contexto. Quantos bits seriam suficientes para diferenciar uma determinada situação S_1 (por exemplo: um personagem sentado em uma determinada praia de frente para o mar) de qualquer outra situação diferente? Suponha que essa situação pode ser muito próxima a uma outra em que essa mesma pessoa também está sentada na areia da praia. Todavia, o que interessa de fato na situação é o papel que ela desempenha em um determinado discurso (ou contexto). Assim, para determinados casos, as duas diferentes situações acima não precisam ser categorizadas como diferentes enquanto que para outros isso será necessário.

Uma das proposições a ser sustentada e que torna possível uma pesquisa acerca da estrutura filosófica fundamental para os enigmas é a seguinte: "a existência de enigmas é necessariamente dependente da existência de teorias".

Enigmas são formulados como questões. As questões são resolvidas quando as informações adequadas são apresentadas. Por questão entendemos aqui como um pedido de apresentação de informação.

Mas por que os enigmas existem? Os enigmas são instrumentos em favor das teorias. Através dos enigmas as teorias podem se auto-corrigirem. Fazemos uso do reflexivo, pois usamos a estrutura da teoria para a formulação do problema enigmático e de sua solução. Enigmas nascem dentro das teorias e se dissolvem dentro das teorias. Há também outras possibilidades. Os problemas podem ser postos sobre uma teoria diferente.

As questões nos informam quais os campos de uma teoria devem ser pesquisados. Uma questão é basicamente um pedido de informação ou de busca de informações em uma teoria.

As teorias podem ser vistas como organizações de conceitos. Trata-se, portanto, de sistemas abstratos que são reproduzidos na linguagem. Suas representações linguísticas podem ser compartilhadas, compreendidas e manipuladas. Em geral as teorias tem por meta descrever aspectos relevantes da realidade. Por conta da dificuldade existente em distinguir com exatidão conceitos de fatos ou objetos (cf. (QUINE, 1951), *Two Dogmas of Empiricism*). A própria realidade é passível de uma conotação teórica. Assim a realidade é compreendida apenas a partir de uma teoria sobre a realidade. Essa conexão pode ser tão forte quanto se queira. Pode-se, por exemplo, chegar ao ponto de se afirmar que não existe realidade se não houver uma teoria sobre a realidade. Porém não se deve confundir essa premissa com o idealismo. Há de fato um interesse em aproximar teorias e realidade e o idealismo determina o objeto teleológico desse interesse que nada mais é do que identificação entre a teoria e a realidade. Teorias podem ser necessárias para se pensar a realidade, mas não são suficientes para explica-la por completo. A realidade escapa a qualquer teoria. O mais interessante disso tudo é que teorias podem ser modificadas e reconstruídas praticamente por completo (como na alegoria do barco de Neurath). A criatividade capacita filósofos, cientistas, artistas e religiosos a moldarem muitas teorias diferentes, coerentes ou não. Não há, em princípio, limites para essa capacidade. Teorias podem sempre ser confrontadas, comparadas e conectadas. Nem sempre os resultados dessas operações são interessantes. Os trabalhos de Popper e Kuhn nos mostram como teorias (científicas) se tornam paradigmáticas. Há nos textos destes autores importantes descrições sobre a dinâmica das teorias. Fala-se, nesse caso, principalmente das teorias científicas. Em geral tomaremos as teoria como espaços abstratos onde os enigmas poderão ser constituídos. Assim, qualquer enigma deve estar atrelado a uma determinada teoria que descreve (ou tenta descrever) a realidade (ou um aspecto da realidade). A teorias constituem os espaços abstratos onde os enigmas são “hospedados”. Por ser um elemento que fornece condição para a compreensão dos enigmas o estudo das relações entre as teorias e seus enigmas devem ser tratados pelo que poderíamos chamar de Analítica do Enigma.

A realidade não pode ser vista como produto de uma única teoria. Vários contextos diferentes são definidos por teorias diferentes e que remetem a realidades diferentes. Aqui existe toda uma gama de análise sobre contextos, teorias e realidade(s). Estas podem hierarquizar, classificar, mensurar, compor teorias e contextos das formas mais diversas.

Várias teorias são organizadas ora de uma maneira, ora de outra. Dificilmente os níveis mais básicos são atingidos. Os problemas ou enigmas são dispositivos que tornam as teorias mais dinâmicas. São testes produzidos dentro das teorias e servem como reguladores de suas potencialidades.

A realidade escapa ao que é proposto pelas teorias que tentam imobilizá-la. A realidade é sempre mais dinâmica do que as teorias. Porém as teorias podem ser mais ou menos maleáveis de modo a se manter como paradigma por mais ou menos tempo. É por isso que em nossas linguagens a mudança, o tempo e o diverso, o novo já estão conceituados, pois se assim não o fosse, nossas linguagens seriam totalmente inapropriadas. Apesar disso, a mudança, o tempo, o diverso e o novo continuam sendo os principais responsáveis pelas revoluções teóricas. Nenhuma teoria tem a capacidade de sobreviver quando atacada ferozmente por estes “entes”.

Os enigmas, questões e problemas devem fazer parte do domínio de uma teoria. Todavia estes dispositivos teóricos podem apontar para algo que está além da teoria a que ele pertence. Quando enigmas são solucionados eles “fagocitam” conceitos para a teoria. Os enigmas testam o poder de uma teoria. O famoso enigma da esfinge só pode ser solucionado dentro de uma teoria que permita a metáfora ou, de certa forma, a analogia.

A teoria geral dos enigmas e da surpresa compartilham de uma mesma estrutura.

Nossa proposta de análise da estrutura formal do conceito de surpresa difere das propostas anteriores. Não concordamos que a surpresa possa ser considerada independentemente de um agente (epistêmico ou informativo). Os autores tradicionais do campo da teoria da informação consideram que a surpresa seja uma medida relacionada ao grau de ignorância acerca de um determinado evento. O grau de ignorância é algo análogo ao conceito de entropia. Assim, um determinado evento pode apresentar um elevado grau de ignorância, ou seja, de imprevisibilidade. Após um determinado experimento, o resultado obtido pode diminuir esse grau de ignorância. Segundo a teoria da informação a surpresa é justamente a medida da diminuição no grau de ignorância depois da ocorrência de um experimento ou de um evento.

A discordância da proposta aqui presente em relação à proposta anterior recai, principalmente, no papel do agente. Considera-se que a noção de agente seja necessária para a sistematização apresentada com o intuito de explicitar alguns aspectos formais do conceito de surpresa.

Falar sobre a realidade em si é algo que ainda não possui qualquer efetividade. Os problemas são na maioria dos casos postos em uma teoria e a realidade a que eles se referem são somente outras teorias.

Por fim, os problemas e enigmas são formas presentes no diálogo entre as teorias ou entre as teorias e a(s) realidade(s).

Um enigma é um tipo de problema que quando posto nos coloca em certa posição de vertigem diante do conhecimento a que temos acesso. A busca por solução para um determinado enigma envolve teorias, crenças, conhecimento e justificação. Certos enigmas são promotores da novidade. Eles põem uma situação nova para uma determinada teoria. Enigmas e problemas não solucionados são, portanto, maneiras de se testar os limites de uma determinada teoria. Porém uma resposta nova pra um problema conhecido e não solucionado deve ser justificada pela própria teoria. O que sugere uma aproximação entre descoberta e justificação. Na filosofia da ciência há duas definições importantes sobre os contextos. Uma é a definição de contexto de justificação e a outra de contexto de descoberta. O contraste que surge deste dois contextos é próprio da filosofia da ciência e não da teoria do conhecimento tradicional como se poderia pensar (cf. (HINTIKKA, 2007) p. 1). A justificação parece ser uma questão prioritariamente lógica.

Perguntas e questões são as entidades linguísticas que descrevem ou apresentam os enigmas. Assim, os enigmas podem ser, em termos de analogia, comparados à proposições (na teoria Fregeana da linguagem) enquanto que perguntas e questões são as contrapartes linguísticas dos enigmas.

Anteriormente[17], foi descrita uma aproximação entre o conceito de problema e a no-

[17] seção 1.2.1

ção de suspensão de um determinado processo em um algoritmo em funcionamento. Enquanto enigmas pode ser compreendido, grosso modo, como a busca por dados que suspendam a suspensão anterior, ou em outros termos, que anulem a suspensão de um determinado processo. O enigma consiste portanto na possibilidade de se determinar o processo que está suspenso bem como o motivo pelo qual isso se deu e por fim determinar o processo que anule a suspensão anterior. Nesses termos, uma consideração sobre a relação entre enigmas e o método analítico (no sentido filosófico usual do termo) pode ser dada. Se sustentarmos que a metafísica se caracteriza em parte pela ausência de análise em alguns de seus termos, então rapidamente podemos supor que para certos objetos, não há análises possíveis e portanto não poderemos enigmatizar tais objetos (tomá-los como dinâmicos no processo de aprendizagem). Por outro lado, tais objetos podem ser, paradoxalmente, considerados (por meio de uma determinada falácia) um objeto cognoscível. Nesse caso, o sujeito ou agente epistêmico pode vir a construir uma busca infinita sobre a constituição informacional deste objeto e, portanto, tais objetos podem ser caracterizados ou definidos como infinitamente enigmatizáveis ou como enigmas sem solução, mas que o fato de não possuir solução é não acessível cognitivamente.

O enigma pode ser o resultado de uma contradição. A contradição se constitui do excesso de informação. Um discurso ou cenário apresenta um agente (racional) que infere certas conclusões a partir de um conjunto de informações ou premissas informativas. Se algum evento contradiz alguma conclusão e o agente se põe em posição de revisar a contradição existente entre as duas informações, então, em princípio, é razoável tomarmos tal situação como sendo a configuração de um enigma. Esse caso acontece, por exemplo, quando um experimento científico não fornece o dado esperado ou fornece um dado que não condiz com as conclusões teóricas já verificadas experimentalmente. Aqui temos, finalmente, a ligação forte entre a formalização da noção de surpresa em um cenário epistêmico (contraditório) e a constituição de um enigma.

Uma outra forma de considerar os cenários enigmáticos ocorre a partir da noção de emaranhamento informacional. Informações emaranhadas podem atuar como distorções nos sinais ou como sobreposição de informações. A noção de serie temporal pode ser importante nesses casos. A hipótese é a seguinte: para que informações emaranhadas sejam compreendidas, deve-se estender as avaliações dos sinais para mais pontos no tempo. Ou seja, em certos casos serão necessários mais considerações e verificações de informações do que o comum e isso pode ser visto como inserção da coleta de dados em series temporais mais complexas.

Na literatura fantástica podemos encontrar exemplos de enigmas constituídos de contradições entre eventos e conclusões inferenciais. Em Dracula de Bram Stoker, por exemplo, há uma situação em que o médico van Helsing convida amigos próximos à falecida Lucy para visitar seu caixão em diferentes momentos. As conclusões das inferências é que ao abrir o caixão de um morto o corpo esteja no seu interior (isso seria o caso, teoricamente, em grande parte dos experimentos). Portanto, se pensarmos em termos de apostas, o jogador racional aposta alto para a opção de se encontrar um corpo (ou os restos mortais) de um morto ao se abrir o seu caixão em momento posterior ao seu enterro. No caso da história em questão o experimento de van Helsing tem como resultado um evento que contradiz essa aposta: o corpo não é encontrado. Neste ponto, tem-se uma contradição entre o teórico e o experimental. A busca por solução pode se dar através de um raciocínio abdutivo. Qual a melhor explicação para tal situação? A hipótese mais provável ou a melhor explicação pode ser resultado de uma análise probabilística. Talvez, se o índice de roubo de corpos nesse cemitério for alto, então o apostador poderia considerar essa possibilidade e apostar que o corpo tenha sido roubado. Porém, ao se fazer mais observações em outros momentos, nota-se que o corpo ora está no caixão e é encontrado e ora não está no caixão e este é encontrado vazio. Nesse caso, uma nova contradição se configura e tem-se portanto a retomada do enigma inicial (qual a causa dos "sinais" constatados a saber: a ausência e a presença do corpo no caixão em diferentes momentos). (Cf. (STOKER, 2011), *Dracula*, pp 80-81). Apesar da estrutura do raciocínio descrita no livro ser próxima estruturalmente ao da ciência, as conclusões não são científicas, mas sim fantásticas ou literárias. O corpo não estaria morto e portanto o autor passa a utilizar o conceito Não-morto (UnDead) que é por sinal diferente da noção "vivo". Estar não-morto não significa estar vivo.

A principal agenda de pesquisa da presente tese é a seguinte: existe uma demanda filosófica por uma metafísica baseada na informação (toda informação pode ser reduzida a dado ou dependem de dados? Só existe informação ou dados? Existe um objeto essencialmente sem informação?). A partir dessa metafísica pode-se desenvolver uma epistemologia informacional baseada inicialmente nos trabalhos de Rudolf Carnap e Jaakko Hintikka entre outros, ou seja, envolvendo filosofia da ciência, teoria da informação e lógica. Assim, a presente tese (que trata da relevância filosófica de uma teoria geral dos enigmas e da surpresa) se insere naturalmente como um dos ramos dessa agenda de pesquisa filosófica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sobre o que foi feito

O presente trabalho foi desenvolvido a partir de uma pesquisa bibliográfica acerca da análise filosófica sobre os conceitos de surpresa e de enigma. Concluiu-se a partir da pesquisa bibliográfica (Capítulo 1) que o estudo filosófico acerca do conceito de enigma e de surpresa em sentido amplo é inexistente. As obras contendo enigmas como tema central não são mais do que simples coleções de enigmas. Não há, de acordo com nossa pesquisa, qualquer indício de existência prévia de uma teoria acerca da estrutura básica dos enigmas e da importância destes para o conhecimento.

Dessa forma, o presente trabalho sugere a introdução dos seguintes estudos na agenda da pesquisa filosóficas:

i) análise do conceito de surpresa e de enigma e da estrutura formal e lógico-informacional desses conceitos;

ii) estudo sobre a relação entre o conceito de enigma e de surpresa e alguns aspectos do conhecimento e da pesquisa científica;

iii) apresentação do tratamento dos enigmas do ponto de vista histórico-filosófico;

iv) estudo histórico e filosófico acerca do conceito de surpresa e

v) análise generalizada, a partir das teoria dos jogos e da teoria da informação, do tratamento sistemático dos enigmas (*puzzles*).

A hipótese de que "*não é possível compreender a lógica da descoberta científica sem antes compreender a lógica dos enigmas e da surpresa*" foi, a nosso ver, confirmada. A partir do estudo apresentado sobre a estrutura informacional da surpresa, conclui-se que não há progresso científico se não houver resultados surpreendentes. Com efeito, dado que resultados previstos por uma teoria são menos informativos do que resultados não previstos, e que resultados não previstos são mais surpreendentes, há uma maior capacidade de se promover a reformulação de uma teoria a partir de resultados surpreendentes. De fato, a ausência de tais resultados ou eventos usualmente desencoraja a formulação de novas teorias. A busca pela melhor explicação, a partir de tais resultados não previstos pode ser formulada com base em enigmas propostos às teorias. Tais enigmas pretendem recuperar o estado de ordem que foi ameaçado pela quantidade de informação produzida a partir do evento (ou da descrição de um estado ou contexto) surpreendente.

Qual é a contribuição original desta tese?

A tese introduz uma nova perspectiva acerca da epistemologia e da filosofia da ciência que é o da análise dos problemas filosóficos do ponto de vista da teoria da informação e da teoria dos jogos (cf. Capítulo 3). Apresentamos também uma nova definição formal de surpresa levando em consideração o papel do agente (também no Capítulo 3). A análise filosófica dos conceitos de enigma e surpresa também se constitui como elemento novo para a literatura filosófica.

Qual é o interesse para a filosofia e para a teoria da informação?

A ideia de se desenvolver uma teoria dos enigmas é original. Entendemos que tal projeto é importante para a filosofia, uma vez que esta trata basicamente da análise do processo de busca de soluções para determinados enigmas. Compreender o que é um enigma ou questionar o papel do enigma é, portanto, fundamental para a pesquisa filosófica. O conceito de surpresa e sua relação com o conceito de enigma é o principal assunto da presente tese. Esse assunto é de grande importância para a pesquisa filosófica, pois, como foi visto nos Capítulos 1 e 3, a surpresa é um dos elementos centrais para a gênese do "questionar". De fato a existência de enigmas só é possível quando existem agentes que se surpreendem (que sabem que ignoram) e que buscam respostas para suas questões.

Julgamos que a contribuição da presente tese é importante principalmente para pesquisadores que tratam de questões acerca da compreensão do conceito de filosofia e de algumas de suas subáreas tais como epistemologia, filosofia da ciência, filosofia da linguagem e lógica. Mais ainda acreditamos que haja um elevado grau de relevância dessa pesquisa para alguns temas e áreas da ciência, da filosofia, da lógica, da matemática, da metamatemática e da metafilosofia. De acordo com o Capítulo 1, essa constatação encontra amparo, alem de todas as referências que trabalhamos, na opinião de filósofos e lógicos como Jaakko Hintikka e Raymond Smullyan que podem ser acessadas a partir das entrevistas gravadas durante a suas visitas ao Brasil por conta dos eventos CLE 30 anos, XV EBL e XIV SLAM 2008 ocorridos simultaneamente em Paraty no ano de 2008 e à disposição nos arquivos do CLE, IFCH-UNICAMP.

Direções de trabalho futuro

Como trabalho futuro, há diversas direções que podem ser conduzidas:

1. Aprofundar o estudo histórico e filosófico-conceitual das noções de enigma e surpresa enfatizando suas interrelações do ponto de vista filosófico.

2. Trabalhar de maneira mais aprofundada a relação entre a teoria da informação e a lógica erotética com objetivo de entender como que se poderia modular a quantidade e a relevância da informação adquirida ao se obter uma determinada resposta a uma pergunta (ou para se formular alguma questão). Nesse sentido, é interessante também compreender esse estudo a partir da formulação de questões apropriadas em determinados contextos (ver seção 1.3 do Capítulo 1)

3. Desenvolver uma caracterização das noções de enigma e surpresa a partir da lógica subjacente ao contexto informativo (proposicional, primeira ordem, modal, paraconsistente, etc.).

4. Analisar a teoria dos enigmas sob a abordagem dos raciocínios abdutivos.

5. Estender a atual pesquisa para o contexto (paradigma) da teoria da informação quântica.

6. Pesquisar os aspectos informacionais dos diferentes paradigmas lógicos. Aprofundar o estudo da teoria da informação sob o paradigma paraconsistente e pesquisar as seguintes questões: é possível fazer um estudo probabilístico e informacional acerca das deduções lógicas? O que se ganha ou se perde em termos informacionais ao se trocar a lógica subjacente de um sistema por outra? Desenvolver um estudo acerca da noção de uma *partição* não-clássica para conjuntos baseada nas seguintes etapas:

Apresentar uma avaliação formal a essa tese baseada em sistemas paraconsistentes de lógica. O estudo tem por base principalmente o sistema **LFI1**. Inicialmente deve-se revisar algumas definições e propriedades das partições em teoria de conjuntos clássica. As etapas para tal avaliação serão as seguintes:

i. Descrever as propriedades de partições em teoria de conjuntos clássica

ii. Mostrar (provar), que existe um isomorfismo entre as partições e os espectros lógicos

iii. Definir conjuntos não-clássicos (com informações indeterminadas acerca da pertinência de elementos em conjuntos, ou seja a teoria dos elementos e*)

iv. Analisar o conceito de partição para conjuntos não-clássicos

v. A partir do conceito de partição em conjuntos não clássicos, definir o espectro lógico para a LFI1

vi. A partir da definição de espectro lógico para a LFI1, determinar o valor de entropia sobre esse espectro (o objetivo é avaliar se espectros lógicos paraconsistentes determinam apenas contextos triviais, e portanto, a validade da tese acima).

Definições base:

Definição 13. *R é uma relação* $\leftrightarrow \forall x(x \in R \rightarrow \exists y \exists z(x = \langle y, z\rangle))$

Pode-se usar também a notação usual xRy para relações, assim: $xRy \leftrightarrow R = \langle x, y\rangle$. As definições de domínio, contradomínio, imagem e outras propriedades de uma relação são as usuais.

Definição 14. *Se uma relação R é reflexiva, simétrica e transitiva em um conjunto S, então R é uma relação de equivalência em S.*

O exemplo mais direto para uma relação de equivalência é a identidade. Em termos gerais, as relações de equivalência permitem definir classes de equivalências para objetos de tal forma que objetos que estejam em uma relação de equivalência pertençam a uma mesma classe de equivalência. A partir desse princípio é possível, para certas propriedades analisar classes de equivalências ao invés dos objetos e daí tirar resultados gerais simplificando bastante as operações de análise de objetos de um conjunto.

Uma família de classes de equivalência de um conjunto S definem uma partição para esse conjunto, ou seja, uma família de conjuntos mutuamente excludentes (cada par de conjunto tem interseção vazia) de subconjuntos de S cuja união é igual a S, da mesma forma toda partição define uma única relação de equivalência em um conjunto.

Para maiores detalhes acerca da teoria de conjuntos, partições e relações de equivalência ver (SUPPES, 1976).

Propriedades que particionam o universo do discurso estão em um mesmo nível informacional. Assim, nomes próprios fazem parte de um mesmo nível informacional. Qualquer propriedade (propriedades restritas a casos clássicos) definem partições de tal forma que objetos com a mesma propriedade estejam na mesma classe de equivalência.

Partições informacionalmente otimizadas são aquelas que dividem o universo do discurso em duas partes iguais. Partições recursivamente otimizadas permitem a busca binária. Essas partições são derivadas de propriedades complementares que dividem o universo em duas partes semelhantes.

Buscas binárias são eficientes para universos finitos. Se um enigma ou pesquisa exige informação sem determinar o limite de cardinalidade do conjunto de possibilidades a ser pesquisada, então pode ser impossível determinar uma busca binária sobre tal conjunto.

De qualquer forma, qualquer conjunto enumerável, é passível de implementação da busca binária.

Definição 15. *Seja* Π *uma partição em* S *e* ϱ *um espectro lógico.*

Definimos $f : S \to \varrho$ *da seguinte forma:*

$f(a) = f(b) = P_i$ *sse* $a, b \in S_i \subseteq S$ *e* $S_i \in \Pi$.

Definição 16. *Seja* f *uma função como apresentada na definição 15,* Π *e* ϱ *com a mesma cardinalidade* κ*. Seja* $g : \Pi \to \varrho$ *uma função com a seguinte propriedade:*

Se $S_i \in \Pi$ *e* $P_i \in \varrho$*, então* $g(S_i) = P_i$ *sse* $\exists x \in S_i$ *tal que* $f(x) = S_i$.

Teorema 1. *A função g da definição 16 é um isomorfismo.*

7. Estender os principais conceitos e teoremas da teoria da informação para contextos não-clássicos tais como: o conceito de entropia, regras de cadeia para entropia, as desigualdades de Jensen e de Gibbs, o conceito de cadeia de Markov, etc. (cf. (COVER; THOMAS, 1991), Elements of information theory).

8. Ampliar o escopo da presente pesquisa para outras posições filosóficas acerca do conceito de informação ((DEVLIN, 1995), *Logic and Information*, (BARWISE; SELIGMAN, 1997), *Information Flow: The Logic of Distributed Systems* e (DRETSKE, 1981), *Knowledge and the Flow of Information* entre outros).

9. Compreender o papel dos enigmas em outros aspectos de cunho mais filosófico. Em especial, investigar características da informação e da estrutura dos enigmas e da surpresa que privilegiem aspectos éticos, ontológicos ou metafísicos entre outros.

Isso tudo já é bastante para um projeto de vida acadêmica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2000. 46

AGUDELO, J.; CARNIELLI, W. A. A paraconsistent approach to quantum computing. **CLE e-Prints**, v. 8, n. 1, 2008. Disponível em http://www.cle.unicamp.br/e-prints/articles-2008.html. 167, 183

ALEXANDER, P. Pragmatic paradoxes. **Mind**, n. 59, p. 536–638, 1950. 92, 93

AMO, S. de; CARNIELLI, W. A.; MARCOS, J. Logical framework for integrating inconsistent information in multiple databases. In: EITER, T.; SCHEWE, K. D. (Ed.). **Proceedings of the II Symposium on Foundations of Information and Knowledge Systems (FOIKS 2002)**. Berlin: Springer-Verlag, 2002, (Lecture Notes in Computer Science, volume 2284). p. 67–84. 169

ARCHIMEDES. **The Works of Archimedes**. London: Cambridge University Press, 1897. (Thomas Heath ed.). 49

ARISTOTLE. **Poética**. São Paulo: Abril Cultural, 1972. (Coleção: Os Pensadores.). 46

_____. **Metaphysics**. New York: Oxford University Press, 1993. 11, 20, 26

_____. **Topics**. New York: Oxford University Press, 1994. 26

_____. **Prior Analytics**. [S.l.]: Kessinger Publishing, 2004. 31

ASH, R. B. **Information Theory**. New York: Pesquisar, 2000. 132

AUDI, R. **The architecture of reason: the estructure and substance of rationality**. New York: Oxford university press, 2001. 30

_____. **The Cambridge Dictionary of Philosophy**. [S.l.]: Paw Prints, 2008. 134

AULETTA, V.; NEGRO, A.; PARLATI, G. **Solution of Ulam's Problem on Binary Search with Four Lies**. 1993. 108

AVRON, A. On negation, completeness and consistency. In: GABBAY D. E GUENTHNER, F. (Ed.). **Handbook of Philosophical Logic, 2a ed.** [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 2002. v. 9, p. 287–319. 168

BABBAGE, C. **Reflections on the decline of science in England, and on some of its causes**. [S.l.]: B. Fellowes, 1830. 202

BAR-HILLEL, Y. **Language and Information**. Jerusalem: Addison-Wesley and The Jerusalem Academic Press, 1964. 172

BARWISE, J.; SELIGMAN, J. **Information Flow: The Logic of Distributed Systems**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1997. (Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science). 230

BECHLER, Z. 'A less agreeable matter': The disagreeable case of Newton and achromatic refraction. v. 8, n. 2, p. 101–126, jul. 1975. ISSN 0007-0874 (print), 1474-001X (electronic). Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/4025636>. 201

BENNETT, C. H.; BRASSARD, G. Quantum cryptography: Public-key distribution and coin tossing. In: . [S.l.: s.n.], 1984. 183

BERLEKAMP, E. **Block coding with noiseless feedback**. Tese (Doutorado) — Tese de doutorado. Dept EE, MIT, Massachusetts, 1964. 105

BéZIAU, J.-Y. Theórie legislative de la negation pure. **Logique et Analyse**, p. 147–148:209–225, 1994. 168

BOOLOS, G. **The hardest logic puzzle ever**. 1996. 76, 78, 79, 83

BORNHEIM, G. A. **Os filósofos pré-socráticos**. São Paulo: Cultrix, 1998. 40

BRANQUINHO, J.; MURCHO, D.; GOMES, N. G. **Enciclopédia de termos lógico-filosóficos**. São Paulo: Martins Fontes, 2006. 86

BREMER, M. **An Introduction to paraconsistent logics**. Frankfurt: Peter Lang Europaischer Verlag der Wissenschaften, 2005. 166

BROAD, W.; BROAD, W.; WADE, N. **Betrayers of the truth**. [S.l.]: Simon and Schuster, 1983. (Touchstone book). 202

BUENO-SOLER, J.; GORSKY, S. B. Karl popper e a paraconsistência. In: **Encontro Brasileiro de Lógica**. [S.l.: s.n.], 2006. 65

BUNNIN, N.; YU, J. **The Blackwell Dictionary of Western Philosophy**. [S.l.]: Wiley, 2004. 123

BURNET, J. **Early greek philosophy**. New york: Meridian, 1960. 116

CARGILE, J. Review. **Journal of Symbolic Logic**, v. 30, p. 102–103, 1965. 92

______. The surprise test paradox. **Journal of Philosophy**, v. 64, p. 550–563, 1967. 92

CARNAP, R. **Logische Syntax der Sprache**. [S.l.]: J. Springer, 1934. (Schriften zur wissenschaftlichen Weltauffassung, v. 8). 32

______. **Logical Fundation of Probability**. Chicago: University of Chicago Press, 1963. 141, 147

______. Probability and content measure. In: MAXWELL, P. K. F. . G. (Ed.). **Mind, Matter and Method**. Minneapolis: University of Minesota Press, 1966. 147

CARNAP, R.; BAR-HILLEL, Y. **An outline of a theory semantic information**. [S.l.: s.n.], 1952. ix, xi, 147

______. Semantic information. **British Journal for the Philosophy of Science**, n. 4, p. 147–157, 1953. ix, xi, 147, 172, 174

CARNIELLI, W. How to build your own paraconsistent logic: an introduction to the logics of formal (in)consistency. In: **Proceedings of the Workshop on Paraconsistent**. [s.n.], 2002. (WoPaLo). Disponível em: <ftp://logica.cle.unicamp.br/pub/e-prints/Carnielli.pdf>. 177

CARNIELLI, W.; PIZZI, C. **Modalities and Multimodalities**. [S.l.]: Springer Science+Business Media B.V., 2008. (Logic, Epistemology, and the Unity of Science). 150

CARNIELLI, W. A. Contrafactuais, contradição e o enigma lógico mais difícil do mundo. **Revista Omnia Lumina**, v. 1, n. 1, p. 72–81, 2009. 76, 77, 86, 87, 88, 89

______. Uma lógica da modalidade econômica? **Revista Brasileira de Filosofia**, v. 232, p. 209–225, 2009. 145

CARNIELLI, W. A.; CONIGLIO, M.; MARCOS, M. Logics of formal inconsistency. In: GABBAY, D.; GUENTHNER, F. (Ed.). **Handbook of Philosophical Logic (2nd. edition)**. [S.l.]: Springer-Verlag, 2007. v. 14, p. 15–107. ix, xi, 165, 167, 168, 169, 171, 172, 207

CARNIELLI, W. A.; MARCOS, J.; AMO, S. Formal inconsistency and evolutionary databases. In: **Logic and Logical Philosophy**. [S.l.: s.n.], 2000. 169

CHACE, A. B. **The Rhind Mathematical Papyrus: Free translation and commentary with select photographs, trancriptions, transliterations, and literal translations**. [S.l.]: Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1979. 36

CHAPMAN, J. M.; BUTLER, R. J. One quine's so-called paradox. **Mind**, v. 74, p. 424–425, 1965. 93

CHUNG, F. R. K.; GRAHAM, R. L.; LEIGHTON, F. T. Guessing secrets. **Electr. J. Comb.**, v. 8, n. 1, 2001. 108

CICALESE, F.; MUNDICI, D. Optimal coding with one asymmetric error: Below the sphere packing bound. In: **Proceedings of the 6th Annual International Conference on Computing and Combinatorics**. London, UK, UK: Springer-Verlag, 2000. (COCOON '00), p. 159–169. ISBN 3-540-67787-9. Disponível em: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=646718.701912>. 108

CICALESE, F.; VACCARO, U.; MUNDICI, D. Least adaptive optimal search with unreliable tests. In: **Proceedings of the 7th Scandinavian Workshop on Algorithm Theory**. London, UK, UK: Springer-Verlag, 2000. (SWAT '00), p. 549–562. ISBN 3-540-67690-2. Disponível em: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=645900.672461>. 108

CICERO, M. **Ciceros Partitiones oratoriae**. [S.l.]: Teubner, 1867. 125

_____. **Cicero: De Oratore**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011. (Cambridge Greek and Latin Classics, l. 3). 125

_____. **Cicero. de Natura Deorum, Tr., with Notes by H. Owgan**. [S.l.]: General Books, 2012. 125

CLAGETT, M. **Ancient Egyptian Science: A source book**. Philadelphia: American Philosophical Society, 1999. (Memoirs series, v. 3 - Ancient Egyptian Mathematics). 36, 38, 39, 216

COHEN, L. J. Mr o'connor's "pragmatic paradoxes". **Mind**, v. 59, p. 85–87, 1950. 92, 93

COHEN, M. **Lewis Carroll: A Biography**. [S.l.]: Knopf Doubleday Publishing Group, 1996. (Vintage Series). 57

COVER, T.; THOMAS, J. **Elements of information theory**. [S.l.]: Wiley, 1991. (Wiley series in telecommunications). 230

CRAIG, E. **Routledge Encyclopedia of Philosophy**. New York and London: Routledge, 1998. 120

_____. **Philosophy: A Very Short Introduction**. [S.l.]: Oxford University Press, USA, 2002. (Very Short Introductions). 14, 15

CRAIG, E. (Ed.). **Die kleine Routledge-Enzyklopa?die der Philosophie**. Berlin: Xenomoi-Verl., 2007. Disponível em: <http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=2934051&prov=M&dok_var=1&dok_ext=htm,crossref=http://beluga.sub.uni-hamburg.de/vufind/Record/52690478X>. 11

CZYZOWICZ, J.; PELC, A.; MUNDICI, D. Solution of ulam's problem on binary search with two lies. **J. Comb. Theory Ser. A**, Academic Press, Inc., Orlando, FL, USA, v. 49, n. 2, p. 384–388, nov. 1988. ISSN 0097-3165. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/0097-3165(88)90065-9>. 7, 108

DA COSTA, N.; ABE, J. M. Paraconsistência em informática e inteligência artificial. **Estudos avançados**, v. 14, n. 39, 2000. 166

D´ AGOSTINO, M.; FLORIDI, L. The enduring scandal of deduction. **Synthese**, v. 167, n. 2, p. 271–315, 2009. 173, 174

DANESI, M. **The puzzle instinct - The meaning of puzzle in human life**. Indianapolis: Indiana university press, 2002. 36, 38, 43, 44, 49, 56, 57

DEPPE, C. **Solution of Ulam's Searching Game with Three Lies or an Optimal Adaptive Strategy for Binary Three-Error-Correcting-Codes**. 1998. 108

DESCARTES, R. **Discours de la methode; Des principes de la connaissance humaine; Des passions de l'ame**. Paris: La Renaissance du Livre, 1649. 22, 73

DEVLIN, K. **Logic and Information**. [S.l.]: University Press, 1995. (Logic and Information). ISBN 9780521499712. 192, 230

DRETSKE, F. **Knowledge & the Flow of Information**. [S.l.]: Mit Press, 1981. (Bradford Books). 230

DU, D.; HWANG, F. **Combinatorial Group Testing and Its Applications**. [S.l.]: World Scientific, 1993. (Series on Applied Mathematics). ISBN 9789810212933. 107

DUDENEY, H. E. **Amusements in Mathematics**. London: Thomas Nelson and Sons Ltd, 1943. 198

EDWARDS, E. **Introdução à Teoria da Informação**. São Paulo: Cultrix, 1964. 131, 144, 145

EKERT, A. Quantum cryptography based on Bell's theorem. **Physical Review Letters**, n. 67, p. 661, 1991. 183

ESPINOZA, B. **Ética: Demonstrada a Maneira dos Geometras**. São Paulo: Martins Fontes, 2005. Tradução: Jean Melville. 23

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas SP: Editora Unicamp, 2005. 35, 36, 37, 39

FARIA, E. **Dicionário escolar latino-português**. [S.l.]: Ministério da educação e cultura, 1962. 124

FITCH, F. A logical analysis of some value concepts. **The Journal of Symbolic Logic**, n. 28, p. 135–142, 1963. 18

_____. A gödelized formulation of the prediction paradox. **American Philosophical Quarterly**, n. 1, p. 161–164, 1964. 92

FLORIDI, L. **Philosophy and Computing, An Introduction**. London - New York: Routledge, 1999. 135

_____. Outline of a theory of strongly semantic information. In: **Floridi, L. 1999, Philosophy and Computing - An Introduction (London**. [S.l.]: Routledge, 2003. p. 139–196. 173

_____. Information. In: FLORIDI, L. (Ed.). **The Blackwell guide to computation and information**. Oxford, United Kingdon: Blackwell Publishing Ltd, 2004. p. 40–62. 131

_____. **Information, a very short Introduction**. Oxford: Oxford, 2010. 124, 126, 127, 128, 129, 130, 132, 133

FRANKLIN, A. **The Neglect of Experiment**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1989. 201

FRANKLIN, A. D. Millikan's published and unpublished data on oil drops. v. 11, n. 2, p. 185–201, 1981. ISSN 0073-2672. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/27757478>. 201

GARDNER, M. **The Unexpected Hanging and Other Mathematical Diversions**. [S.l.]: University Of Chicago Press, 1991. Reprint edition. 90, 92

_____. **The Last Recreations: Hydras, Eggs, and Other Mathematical Mystifications**. [S.l.]: Springer, 2007. (Copernicus Series). 56

GARDNER, M.; BERLEKAMP, E. R.; RODGERS, T. **The Mathemagician and Pied Puzzler: A Collection in Tribute to Martin Gardner**. [S.l.]: Peters, 1999. (Ak Peters Series). ISBN 9781568810751. 60

GETTIER, E. Is justified true belief knowledge? **Analysis**, v. 23, p. 121–123, 1963. 2

GILLINGS, R. **Mathematcs in the time of Pharaohs**. Cambridge, Mass.: MIT press, 1972. 38

GRANGER, G.-G. A quoi sert la philosophie? In: COUTURE, J. (Ed.). **Meta-philosophie : Reconstructing Philosophy?** Calgary: University of Calgary Press, 1993, (New Essays On Metaphilosophy Canadian Journal of Philosophy, v. 19). 196

GUTTING, G. **Paradigms and revolutions: appraisals and applications of Thomas Kuhn's philosophy of science**. [S.l.]: University of Notre Dame Press, 1980. ISBN 9780268015428. 64

GUZICKI, W. Ulam's searching game with two lies. **J. Comb. Theory Ser. A**, Academic Press, Inc., Orlando, FL, USA, v. 54, n. 1, p. 1–19, maio 1990. ISSN 0097-3165. Disponível em: <`http://dx.doi.org/10.1016/0097-3165(90)90002-E`>. 106, 108

GUZMÁN, M. de. **Aventuras matemáticas**. [S.l.]: Gradiva, 1990. (O Prazer da matemática). 73

HAACK, S. **Philosophy of logics**. London, New York e Melbourne: Cambridge University Press, 1978. 165

HACKING, I. **Scientific Revolutions**. [S.l.]: Oxford University Press, USA, 1981. (Australasian studies in history and philosophy of science). ISBN 9780198750512. 64

HALL, M. P. **The Secret Teachings of All Ages**. Los Angeles: Philosophical Research Society, 1973. 44

HINTIKKA, J. On semantic information. In: HINTIKKA J. E SUPPES, P. (Ed.). **Information and Inference**. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company, 1970. ix, xi, 141, 142, 146, 147, 162, 163, 165, 172, 180

_____. **Logic, Language-Games and Information: Kantian Themes in the Philosophy of Logic**. [S.l.]: Clarendon Press, 1973. 173

_____. True and false logic of scientific discovery. In: HINTIKKA, J.; VANDAMME, F. (Ed.). **Logic of Discovery and Logic of Discourse**. New York e London: Plenum Press, 1985. 6, 11, 63, 65, 67, 69

_____. **Inquiry as Inquiry: A Logic of Scientific Discovery**. [S.l.]: Springer, 1999. (Jaakko Hintikka Selected Papers). 6, 71, 124, 204, 205, 206

_____. **Socratic Epistemology: Explorations of Knowledge-Seeking by Questioning**. New York: Cambridge University Press, 2007. 1, 48, 63, 67, 70, 72, 124, 141, 172, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 208, 209, 210, 220

HINTIKKA J. E PIETARINEN, J. Semantic information and inductive logic. In: SUPPES, J. H. e P. (Ed.). **Aspects of Inductive Logic**. Amsterdan: North-Holland, 1966. p. 96–112. 66

HOLTON, G. Subelectrons, presuppositions, and the Millikan–Ehrenhaft dispute. v. 9, n. ??, p. 161–224, ???? 1978. ISSN 0073-2672. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/27757378>. 201

HUSSERL, E. **Ideas Pertaining To A Pure Phenomenology And To A Phenomenological Philosophy I**. The Hague: Martinus Nijhoff, 1983. (Traduzido por F. Kersten). 70

JORDAN, W. **Ancient Concepts of Philosophy**. Londres e Nova Iorque: Routledge, 1990. (Issues in Ancient Philosophy). 48

JUDSON, H. **Anatomía del fraude científico**. [S.l.]: Crítica, 2006. 202, 203

JUNGIUS, J. **Logica Hamburgensis**. Hamburg: [s.n.], 1957. (Edited by R. W. Meyer). 27

KANT, I. **Crítica da Faculdade de Juízo**. Lisboa: IN-CM, 1998. Introdução de Antonio Marques. Tradução e notas de Antonio Marques e Valerio Rohden. 23

_____. **Lógica**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1999. (Tradução: Guido Antonio de Almeida). 27

_____. **Crítica da Razão Pura**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001. (Tradução: Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Marujão). 212

KIERKEGAARD, S. **Philosophical Fragments**. New Jersey: Princeton University Press, 1962. Originalmente traduzido e apresentado por David Swenson. Nova tradução e comentários: Niels Thulstrup. Revisão: Howard V. Hong. 24

KNUTH, K. H. Toward question-asking machines: The logic of questions and the inquiry calculus. **Computational Sciences Division NASA Ames Research Center**, Em http://www.gatsby.ucl.ac.uk/aistats/fullpapers/246.pdf, n. Acessado em 24/01/2010 17:06hs, 2010. 71

KOHN, A. **False Prophets: Fraud and Error in Science and Medicine**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Limited, 1988. 201

KUBINSKI, T. **An Outline of the Logical Theory of Questions**. [S.l.]: Adler's Foreign Books, Incorporated, 1980. 71

KUHN, T. **The Structure of Scientific Revolutions**. Chicago: University of Chicago Press, 1970. 12, 64

_____. **The Essential Tension: Selected Studies in Scientific Tradition and Change**. [S.l.]: University Press, 1977. (A Phoenix Book). ISBN 9780226458069. 64

LAUDAN, L. **Progress and its Problems: Towards a Theory of Scientific Growth**. London: Routledge & Kegan Paul Ltd, 1977. 68, 69

LEIBNIZ, G.; MARÍAS, J. **Discurso de metafísica**. [S.l.]: Altaya, 1994. (Grandes Obras Del Pensamiento). 118

LEIBNIZ, G. W. **New essays on human understanding**. Nova Iorque: Cambridge University Press, 1996. (Traduzido e editado por Peter Remnant e Jonathan Bennett). 27

LENZEN, W. Necessary conditions for negation-operators (with particular applications to paraconsistent negation). In: BESNARD P. E HUNTER, A. (Ed.). **Reasoning with Actual and Potential Contradictions**. Dordrecht: Kluwer, 1998. p. 211–239. 168

MACKAY, D. M. The nomenclature of information theory. 1950. 131, 141

MARCOS, J. **Nearly every normal modal logic is paranormal**. Lisbon, PT: [s.n.], 2004. Submitted for publication. Preprint available at URL = http://wslc.math.ist.utl.pt/ftp/pub/MarcosJ/04-M-Paranormal.pdf. 168

MARINI, C.; MONTAGNA, F. **Probabilistic variants of Ulam's game and many-valued logic**. 2010. In World Wide Web. 106, 107, 108

MELTZER, B.; GOOD, I. J. Two forms of the prediction paradox. **British Journal for the Philosophy of Science**, n. 16, p. 50–51, 1965. 92

MINGERS, J. The nature of information and its relationship to meaning. In: AL., R. L. W. et (Ed.). **Philosophical Aspects of Information Systems**. London: Taylor and Francis, 1997. p. 73–84. 135

MISHLOVE, J. **The roots of consciousness**. Nova Iorque: Marlowe, 1993. 44

MLODINOW, L. **The Drunkard's Walk: How Randomness Rules Our Lives**. New York: Hardcover, Pantheon Books, 2008. 17

MLODINOW, L.; ALFARO, D. **O andar do bêbado**. [S.l.]: Zahar, 2009. 154

MONTAGUE, J. **A Solution to Ulam's Problem with Error-correcting Codes**. 1999. In World Wide Web. Acessado em 08/03/2010 às 14:43 hs. Disponível em: <http://www.usna.edu/Users/math/wdj/montague/montague_mathhonors1998-1999.html>. 106

MORAN, P. **An Introduction to probability theory**. Oxford: Claredon Press, 1968. 150

MORENO, C. **Tróia: O romance de uma guerra**. Porto Alegre: L & PM, 2008. 41, 42

MUNDICI, D. Two papers on ulam's logic with lies. **Aila Preprint**, n. 3, 1990. 7, 106

_____. The logic of ulam's game with lies. In: BICCHIERI, C.; CHIARA, M. L. D. (Ed.). **Belief and Strategic Interaction, Cambridge Studies in Probability, Induction, and Decision Theory**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1992. p. 275–284. 105

NEGRO, A.; SERENO, M. Solution of ulam's problem on binary search with three lies. **J. Comb. Theory, Ser. A**, v. 59, n. 1, p. 149–154, 1992. 108

NERLICH, G. C. Unexpected examinations and unprovable statements. **Mind**, v. 70, p. 503–513, 1961. 92

NIVEN, I. Coding theory applied to a problem of ulam. **Mathematics Magazine**, The Mathematical Association of America, Washington, DC, v. 61, n. 5, p. 275–281, 1988. ISSN 0025-570X. 107

O'CONNOR, D. J. Pragmatic paradoxes. **Mind**, n. 57, p. 358–359, 1948. 90, 91, 92, 93

_____. Pragmatic paradoxes and fugitive propositions. **Mind**, n. 60, p. 536–538, 1951. 92, 93

OLIVASTRO, D. **Ancient Puzzles: classic brainteasers and other timeless mathematical games of the last 10 centuries**. Nova Iorque: Batan, 1993. 35, 38

OSBORNE, M. J.; RUBINSTEIN, A. **A Course in Game Theory**. Cambridge, Massachussetts: MIT press, 1994. 184

OSTHUS, D.; WATKINSON, R. A simple solution to ulam's liar game with one lie. 2007. 108

PELC, A. Solution of ulam's problem on searching with a lie. **J. Comb. Theory, Ser. A**, v. 44, n. 1, p. 129–140, 1987. 6, 106

_____. Searching with known error probability. **Theor. Comput. Sci.**, v. 63, n. 2, p. 185–202, 1989. 106

PLATO. **Sofista**. [S.l.: s.n.]. (Coleção: Os Pensadores. trad. Jorge Paleikat e João Cruz Costa. 1ª ed. pp 135-203). 44

_____. **República**. São Paulo: Difusão europeia do livro, 1965. (Clássicos Garnier, v. 1 e 2). 45

_____. **Fédon**. São Paulo: Abril Cultural, 1972. (Coleção: Os Pensadores. trad. Jorge Paleikat e João Cruz Costa. 1ª ed. pp 61-134). 45

_____. **Teeteto**. [S.l.: s.n.], 1973. (Em Diálogos. Tradução: Carlos Alberto Nunes). 10, 20, 21, 116

PLOTINO. **Eneadas**. Madrid: Gredos, 1998. (introdução, tradução e notas de Jesus Igal. Biblioteca clasica Gredos, v. 88). 45

PÓLYA, G. **Mathematical discovery: on understanding, learning and teaching problem solving**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1962. 200

POLYA, G. **How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method**. [S.l.]: Princeton University Press, 2008. (Princeton Science Library). ISBN 9781400828678. 74

POPPER, K. On the theory of deduction. (part i e part ii). **Indagationes Matematicae**, v. 10, p. 173–183, 322–331, 1948. 65

POPPER, K. R. A comment on the new predicition paradox. **British Journal for the Philosophy of Science**, v. 13, p. 51, 1962. 92

PROCLUS. **A Commentary on the First Book of Euclid's Elements**. Princeton: Princeton Unioversity Press, 1992. 26

QUINE, W. V. O. Two dogmas of empiricism. **Philosophical Review**, v. 60, p. 20–43, 1951. 218

_____. On a so-called paradox. **Mind**, v. 62, n. 245, p. 65–67, 1953. 90, 93, 94, 99

RABERN, B.; RABERN, L. A simple solution to the hardest logic puzzle ever. **Analysis**, v. 68, n. 298, p. 105 112, 2008. 76, 77, 83, 86, 87

RAYMOND, R. **What is the Name of This Book?** Englewood Cliffs, NJ.: Prentice Hall, 1978. 62, 76

RIVEST, R. L.; MEYER, A. R.; KLEITMAN, D. J. Coping with errors in binary search procedures (preliminary report). In: **Proceedings of the tenth annual ACM symposium on Theory of computing**. New York, NY, USA: ACM, 1978. (STOC '78), p. 227–232. Disponível em: <http://doi.acm.org/10.1145/800133.804351>. 106

ROSS, D. **Aristotle's Metaphysics**. Oxford: Clarendon Press, 1958. 26

ROZIK, E. **The Roots of Theatre - Rethinking Ritual and Other Theories of Origin**. Iowa: University Of Iowa Press, 2002. (Studies Theatre Hist and Culture). 44

RUSSELL, B. On denoting. **Mind**, v. 14, n. 56, p. 479–493, 1905. New Series. 12, 69

______. **A history of western philosophy : and its connection with political and social circunstances from the earliest times to the present day**. New York: Simon and Schuster, 1945. 17, 118

______. **Problems of Philosophy**. New york: Galaxy, 1959. 212

______. **A Critical Exposition of The Philosophy of Leibniz**. Nova Iorque: Routledge, 1992. 33

SHANNON, C. A. Mathematical theory of communication. **Reimpresso com correções pelo The Bell System Technical Journal**, v. 27, p. 379–423, 623–656, 1948. 7, 140, 141

SHANNON, C. E.; WEAVER, W. **The Mathematical Theory of Communication**. Urbana, Illinois: The University of Illinois Press, 1949. 7, 132, 172

______. **The mathematical theory of communication**. Urbana, Illinois: The Tniversity of Illinois Press, 1974. 146

SHARPE, R. A. The unexpected examination. **Mind**, v. 74, p. 255, 1965. 92

SHAW, R. The paradox of the unexpected examination. **Mind**, v. 67, p. 382–384, 1958. 93

SHöNBERG, J. A note on the logical fallacy in the paradox of the unexpected examination. **Mind**, v. 75, p. 125–127, 1966. 92

SHOR, P. W. Algorithmis for quantum computation: Discrete logarithms and factoring. In: **Proceedings of the 35h Symposium on Foudation of Computer Science. Santa Fe**. [S.l.: s.n.], 1994. 183

SIMON, D. R. On the power of quantum computation. In: **Proceedings of the 35th Symposium on Foudation of Computer Science. Santa Fe**. [S.l.: s.n.], 1994. 183

SOUZA, J. de. **Os pré-socráticos: fragmentos, doxografia e comentários**. [S.l.]: Abril Cultural, 1985. (Os pensadores). 47, 48

SPENCER, J. Guess a number-with lying. **Matemathics Magazine**, v. 57, n. 2, p. 105–108, 1984. 106

______. Ulam's searching game with a fixed number of lies. **Theor. Comput. Sci.**, v. 95, n. 2, p. 307–321, 1992. 108

STEWART, J. **Calculus - Early Transcendentals**. Pacific Grove: Brooks-Cole Publishing Company, 2001. 74

STOKER, B. **Dracula**. [S.l.]: IndoEuropeanPublishing.com, 2011. 222

SUPPES, P. **Axiomatic Set Theory**. [S.l.]: Dover, 1976. 229

ULAM, S. M. **Adventures of a Mathematician**. New York: Scribner's, 1976. 105

WATANABE, S. **Knowing and Guessing: A formal and Quantitative Study**. New York: John Wiley & Sons, INC., 1969. 143, 144, 145, 147, 154, 159, 160

WEISS, P. The prediction paradox. **Mind**, v. 61, p. 403–407, 1952. 92, 94

WHITEHEAD, A. N. **Nature and Life**. Chicago: University of Chicago Press, 1934. 24

WILLIANSON, T. **Knowledge and Its Limits**. Oxford: Oxford University Press, 2002. 18

WITTGENSTEIN, L. **Tractatus Logico-philosophicus**. [S.l.]: Harcourt, Brace, Incorporated, 1922. (International library of psychology, philosophy, and scientific method). 32

WITTGENSTEIN, W. **Investigações Filosóficas**. São Paulo: Abril Cultural, 1984. (Os Pensadores). Tradução de Jose Carlos Bruni 3a ed. 146

WOLFF, C. **Preliminary Discourse on Philosophy in General**. Indianapolis: The Bobbs-Merrill Company, Inc., 1963. (Translated by Richard J. Blackwell). 27

YAN, L.; SHIRAN, D. **Chinese Mathematics - A concise History**. Oxford: Claredon Press, 1987. (Traduzido por J. H. Crossley & A. W.-C. Lun). 47

YATES, F. A. **A arte da memória**. [S.l.]: Editora Unicamp, 2007. 116

YOLTON, J. **Metaphysical Analysis**. Toronto: Toronto University Press, 1967. 196

ÍNDICE